Bifurcations pour un modèle d'oscillateurs couplés

November 22, 2018

Les équations de type Vlasov décrivent, par une équation de type cinétique, la dynamique Hamiltonienne d'une population d'un grand nombre de particules en interaction, dans un régime où chaque particule est soumise à une force créée par beaucoup d'autres. Les cas les plus connus sont les équations de Vlasov-Poisson, avec une interaction Coulombienne, fondamentale en physique des plasmas, et de Vlasov-Newton, avec une interaction gravitationnelle, fondamentale en astrophysique. Ce stage s'inscrit dans le cadre de l'étude qualitative des équations de type Vlasov, et en particulier de leurs bifurcations : la compréhension des bifurcations des équations de Vlasov, qui ont une structure de systèmes Hamiltoniens de dimension infinie, est encore incomplète.

L'objet du stage sera l'étude d'un modèle Hamiltonien de synchronisation d'oscillateurs introduit par Smereka [1]. Ce système possède une symétrie de rotation, et la bifurcation de synchronisation devrait se faire sans résonance entre le mode instable et les oscillateurs; ces deux caratéristiques en font un candidat pour l'illustration d'un nouveau type de bifurcation. Le cas avec résonance est décrit en détail dans [2], le cas sans symétrie dans [3].

Plus précisément, il s'agira de :

- étudier en détail la stabilité linéaire de la solution non synchronisée; une étude numérique sera nécessaire pour la détermination des points de bifurcation;
- décrire le ou les types de bifurcations attendus;
- effectuer des simulations numériques du système complet, pour confirmer le comportement qualitatif prédit au voisinage des points de bifurcations.

References

[1] Smereka, P. (1998). Synchronization and relaxation for a class of globally coupled hamiltonian systems. Ann Arbor, 1001, 48109.

[2] Balmforth, N. J., Morrison, P. J., et Thiffeault, J. L. (2013). Pattern formation in Hamiltonian systems with continuous spectra; a normal-form single-wave model. arXiv preprint arXiv:1303.0065.

[3] Barré, J., Métivier, D., et Yamaguchi, Y. Y. (2016). Trapping scaling for bifurcations in the Vlasov systems. Physical Review E, 93(4), 042207.