Interactions champ moyen, graphe dynamique et fluctuations

November 22, 2018

On considère d'abord un système de particules Browniennes interagissant entre elles dans un régime de type champ moyen, où chaque particule interagit avec toutes les autres : les interactions sont décrites par un graphe complet, chaque paire de particule étant reliée par une arête. Ces systèmes ont fait l'objet de nombreuses études, et sont en général bien compris. En particulier, lorsque N est grand, la densité de particules est régie à l'ordre dominant par une EDP non linéaire déterministe. A un niveau plus fin, on sait décrire les fluctuations stochastiques autour de cette évolution déterministe.

Dans certains cas, par exemple en sciences sociales ou en biologie [1, 2], les interactions entre particules peuvent apparaître et disparaître : le graphe d'interaction est dynamique. Si la dynamique du graphe est infiniment rapide, on peut se retrouver dans le cas précédent du graphe complet, par un effet de moyennisation. Mais si la dynamique du graphe est rapide, sans être infiniment rapide, des fluctuations stochastiques liées à la dynamique du graphe doivent apparaître. Le but de ce stage est de les comprendre.

Le travail à effectuer peut s'envisager de la façon suivante :

1. comprendre la description du cas champ moyen classique;
2. comprendre la moyennisation;
3. étudier le cas d'une particule dans un potentiel qui s'allume et s'éteint, ou de deux particules en interaction "intermittente";
4. s'attaquer au cas de N particules.

References

[1] Degond, P., Delebecque, F., et Peurichard, D. (2016). Continuum model for linked fibers with alignment interactions. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 26(02), 269-318.

[2] Barré, J., Degond, P., et Zatorska, E. (2017). Kinetic theory of particle interactions mediated by dynamical networks. Multiscale Modeling and Simulation, 15(3), 1294-1323.