ESPE Centre Val de Loire

M1 Master PIF — Formation ASH

7 octobre 2015

Ce cours

Ce que vous ne trouverez pas dans ce cours :

- Des réponses toute faites
- Des fiches séances ou séquences

Ce que vous trouverez (peut-être ?)

- Des éléments de réflexion sur ce que sont les mathématiques et leur enseignement
- Quelques activités pour la classe (à retravailler pour adapter à votre classe)
- Les enjeux des apprentissages autour du nombre
- Des mathématiques

Les maths

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Faisons des maths

Dans sa vieille guimbarde, Anatole dispose d'un (très vieux) compteur kilométrique qui indique uniquement des nombres à trois chiffres. Ce compteur fait des bruits bizarres à chaque kilomètre parcouru, c'est-à-dire, chaque fois qu'un chiffre change sur le compteur.

- Il fait PIM à chaque changement du chiffre de droite.
- Il fait PAM à chaque changement de chiffre du milieu.
- Il fait POUM à chaque changement du chiffre de gauche.

À la fin d'une promenade, commencée avec 0km au compteur, son compteur indique 247km.

Question : Combien de bruits Anatole a-t-il entendu pendant sa promenade ?

Questions subsidiaires : et s'il avait entendu 328 bruits, combien de kilomètres aurait-il parcouru ? Et avec 742 bruits ?

C1 : Construire le nombre

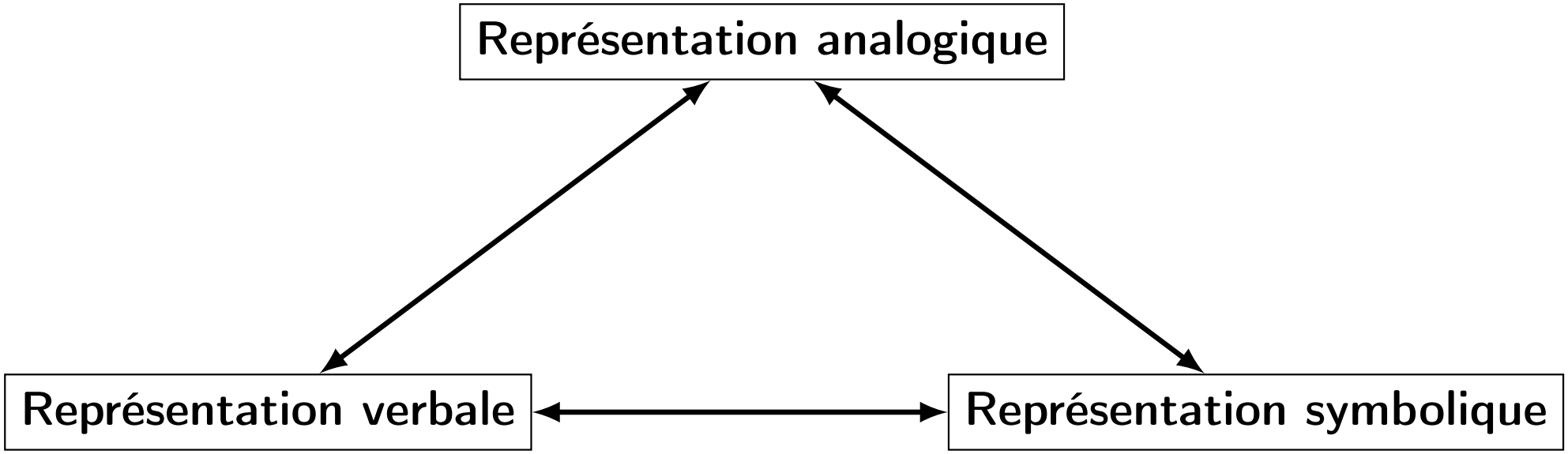
Le nombre : difficile à enseigner car

1. Plusieurs représentations $\longrightarrow$ beaucoup d'activités variées à proposer aux élèves et de nombreuses compétences complémentaires à travailler Confusion sur le sens courant des mots et le sens didactique.

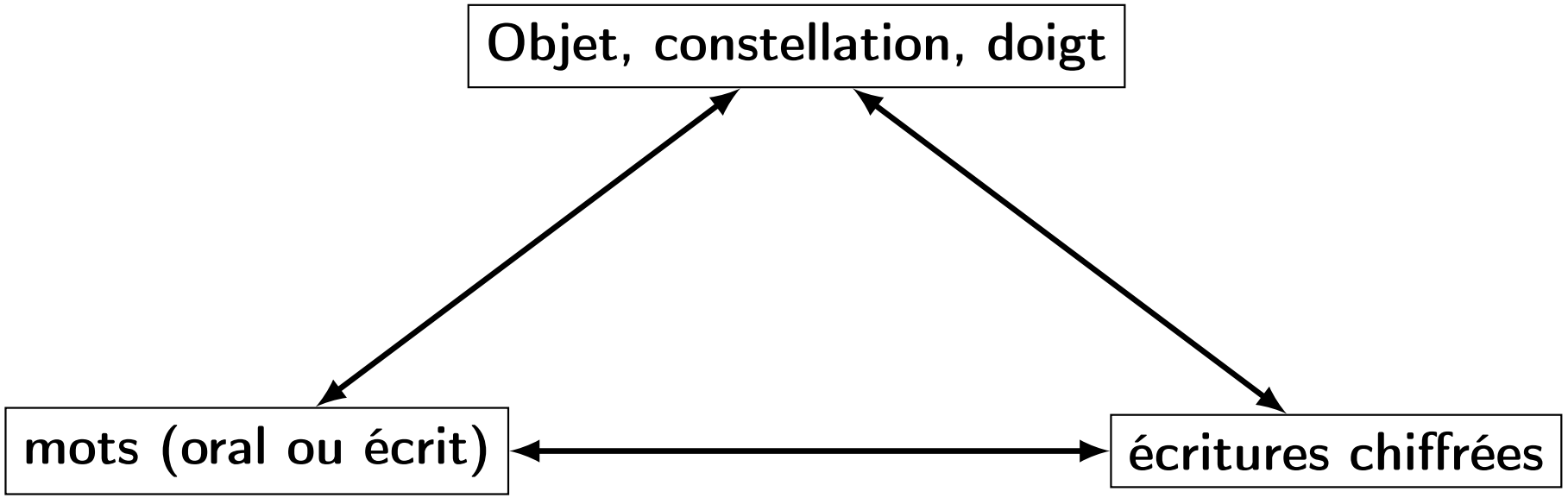
2. Plusieurs sens (pas complètement disjoints)
   - Numéral (numéro $\longrightarrow$ n'a rien à voir avec le nombre ! ! !)
   - Ordinal (exprime un rang ou un positionnement dans une liste)
   - Cardinal (exprimer des quantités)

Représentations multiples : le coup du chat

Représentations multiples : le coup du chat



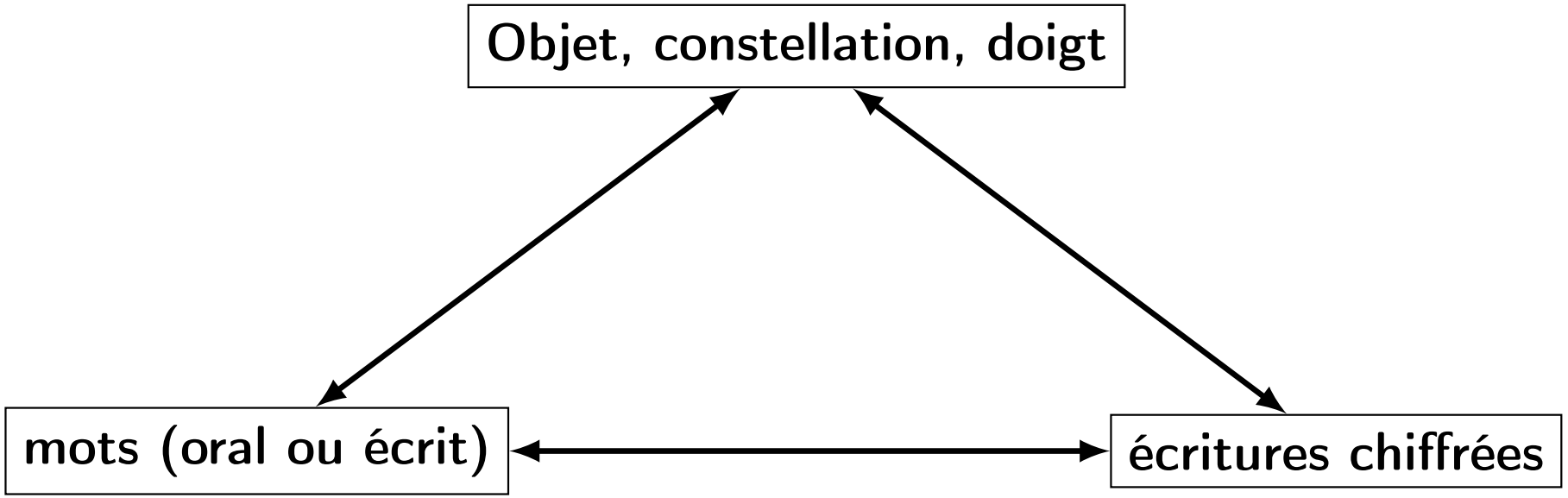
En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle) ! 20000 ans d'histoires, traitement dans chaque code ; suivre les flèches, 13-4 : compter devient calculer, les maths en général = pb de représentation, resol pb cycle 2 : il faut changer, se construire des images mentales, chiffre VS nombre, frise numérique).

La contruction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement.

En décodé



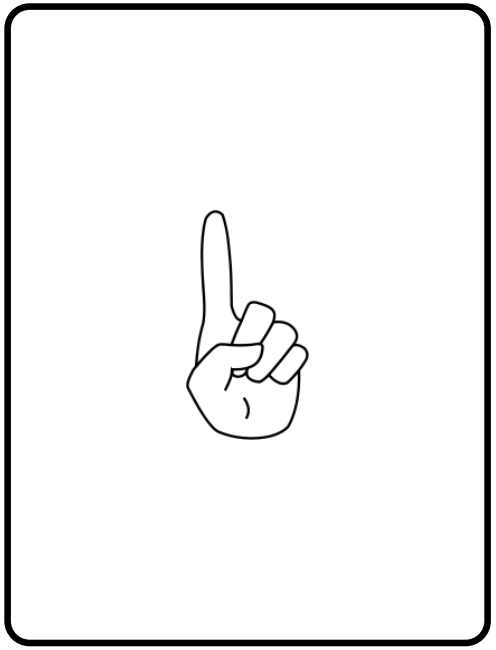
Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle) ! 20000 ans d'histoires, traitement dans chaque code ; suivre les flèches, 13-4 : compter devient calculer, les maths en général = pb de représentation, resol pb cycle 2 : il faut changer, se construire des images mentales, chiffre VS nombre, frise numérique).

La contruction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement.

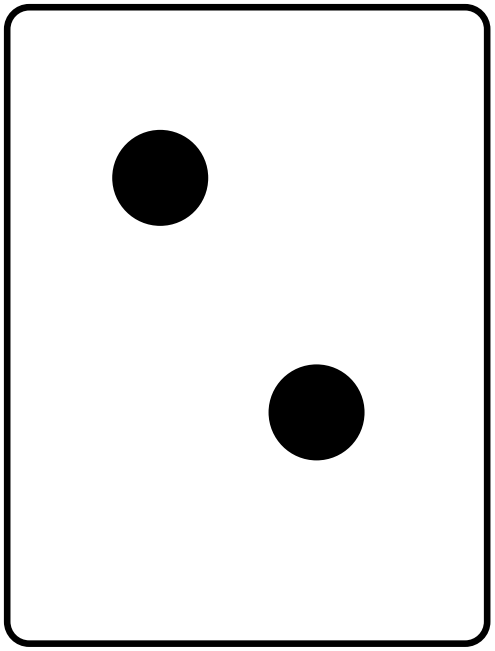
Le point de vue du matheux : enjeu numéro 1, le passage de l'un à l'autre (DANS LES 2 SENS) est transparent.

Des jeux : batailles/dominos/dés

Étape 1



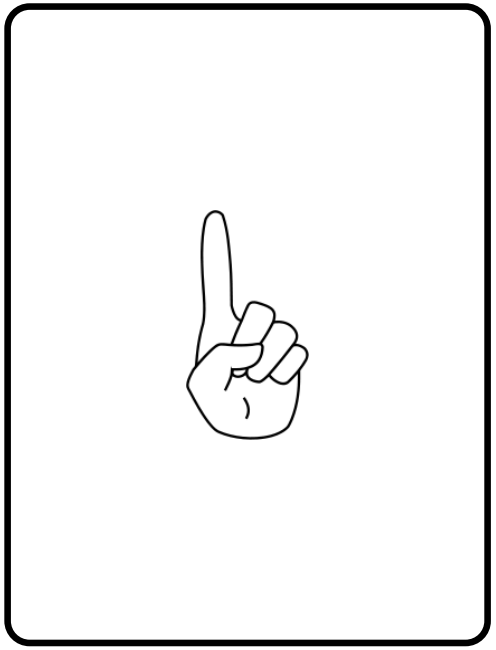
Étape 1 (suite)



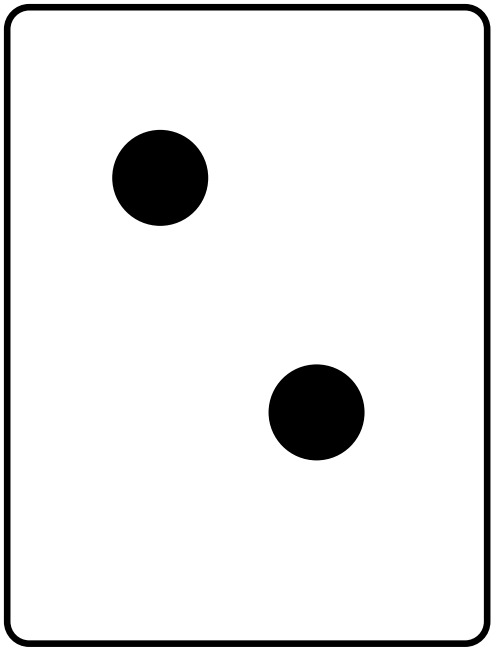
Étape 1 : on joue avec des jeux séparés : les doigts d'un côté, les constellations (standards ou non) de l'autre.
Étape 2 : on réunit les jeux : objectif forcer le changement de représentation.

Des jeux : batailles/dominos/dés

Étape 1



Étape 1 (suite)

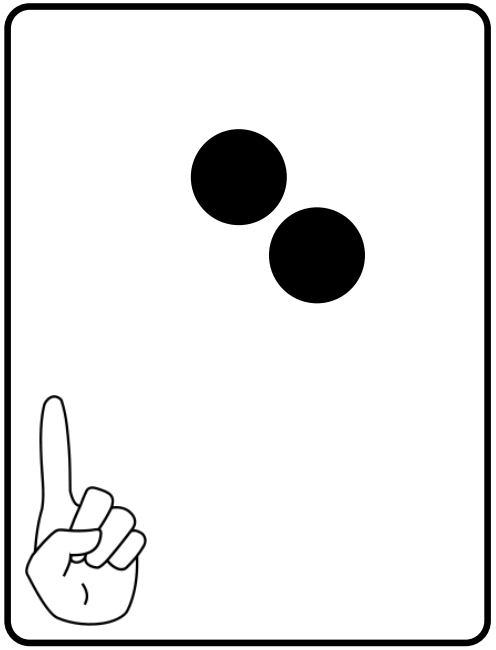


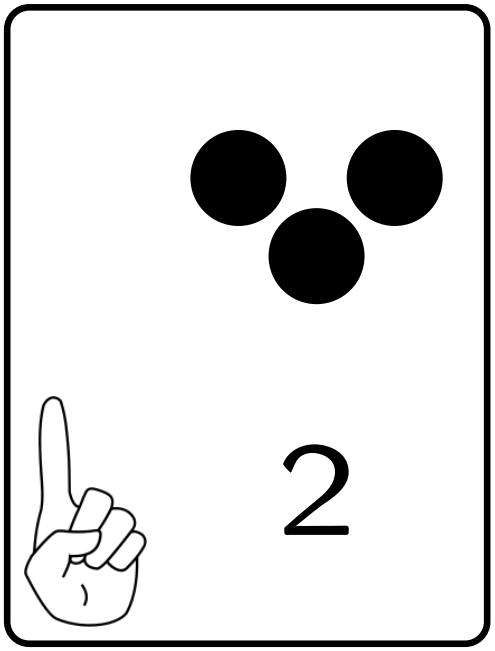
Étape 1 : on joue avec des jeux séparés : les doigts d'un côté, les constellations (standards ou non) de l'autre.
Étape 2 : on réunit les jeux : objectif forcer le changement de représentation.

Piège : Attention à la couleur

Toujours des jeux

Étape 3





Étape 3, on joue avec des cartes qui utilisent sur la même carte plusieurs représentations. Pas d'urgence sur la représentation chiffrée !

On n'oublie pas les jeux où il faut dire le nom de la carte.

Les compétences numériques de fin de cycle 1

Connaître 8, c'est

1. PASSER de l'écriture chiffrée « 8 » à des représentations analogiques (doigts, constellations) et inversement
2. PASSER du mot oral « huit » à l'écriture chiffrée et inversement
3. PASSER du mot oral « huit » à des représentations analogiques et inversement
4. SITUER 8 par rapport aux autres nombres déjà connus
5. RÉCITER la file des nombres jusqu'à 8 ; à partir de n'importe quel nombre inférieur ou égal à 7
6. CONNAÎTRE son successeur et son prédécesseur
7. DÉNOMBRER des collections de 8 objets manipulés ou dessinés (évaluation comptine)
8. CONSTRUIRE ou RÉALISER une « collection » de cardinal 8 (évaluation comptine)
9. DÉCOMPOSER 8 à l'aide des entiers de 1 à 7.
10. DÉCOMPOSER des nombres plus grands que 8 à l'aide de 8.

Le nombre comme mesure d'une quantité : dénombrement

Au fait, ça veut dire quoi dénombrer ?

Le nombre comme mesure d'une quantité : dénombrement

Au fait, ça veut dire quoi dénombrer ?
Comment fait-on pour dénombrer ? Quel processus mental ?

Le nombre comme mesure d'une quantité : dénombrement

Au fait, ça veut dire quoi dénombrer ?
Comment fait-on pour dénombrer ? Quel processus mental ?

Dénombrer = Déterminer le nombre d'éléments d'une collection.

Comment on dénombre ?

Brissiaud p.22 (« Premier pas vers les maths »)

- Identifier la collection et créer les unités numériques.
- Énumérer les unités
- Totaliser la collection

Créer les unités

Baruk, catégoriser, mettre ensemble ce qui va ensemble

Énumérer

Énumérer

Énumérer : c'est passer en revue une et une seule fois les éléments d'une collection.

Complètement indépendant de la notion de nombres (Margolinas) : une compétence « spatiale ».
DVD : Apprentissages mathématiques à la maternelle.

Allumettes 1

Allumettes 2 Allumettes 3

Suite

Suite

Voir aussi Grand $\mathbb{N}$ numéro 66. Article de Joël Briand

Suite

Voir aussi Grand $\mathbb{N}$ numéro 66. Article de Joël Briand

La suite : voir Grand $\mathbb{N}$ numéro 63. Article Henri-Claude Argaud (espace)

Résoudre des problèmes

À quoi peut servir le nombre ?

- À comparer (Jeu des boîtes : ERMEL GS p.64)
- À mémoriser (Le jeu des voyageurs : ERMEL GS p.86 – Le jeu des garages : DVD apprentissages mathématiques à la maternelle)
- À partager (Le jeu des porte-manteaux : ERMEL GS p.130)
- À anticiper (Le jeu du trésor : ERMEL GS p.140 et suivante (Greli-grelo, le gobelet))

C2 : La numération

Deux enjeux majeurs

- Les groupements (et surtout groupement de groupements !)
- Les échanges

C2 : La numération

Deux enjeux majeurs

- Les groupements (et surtout groupement de groupements !)
- Les échanges

Les Shadoks

C2 : La numération

Deux enjeux majeurs

- Les groupements (et surtout groupement de groupements !)
- Les échanges

Les Shadoks

Poubelle, Grande poubelle, Super poubelle

Numération de position

Pour vous, que signifie le 5 dans 1253 ?

Numération de position

Pour vous, que signifie le 5 dans 1253 ?

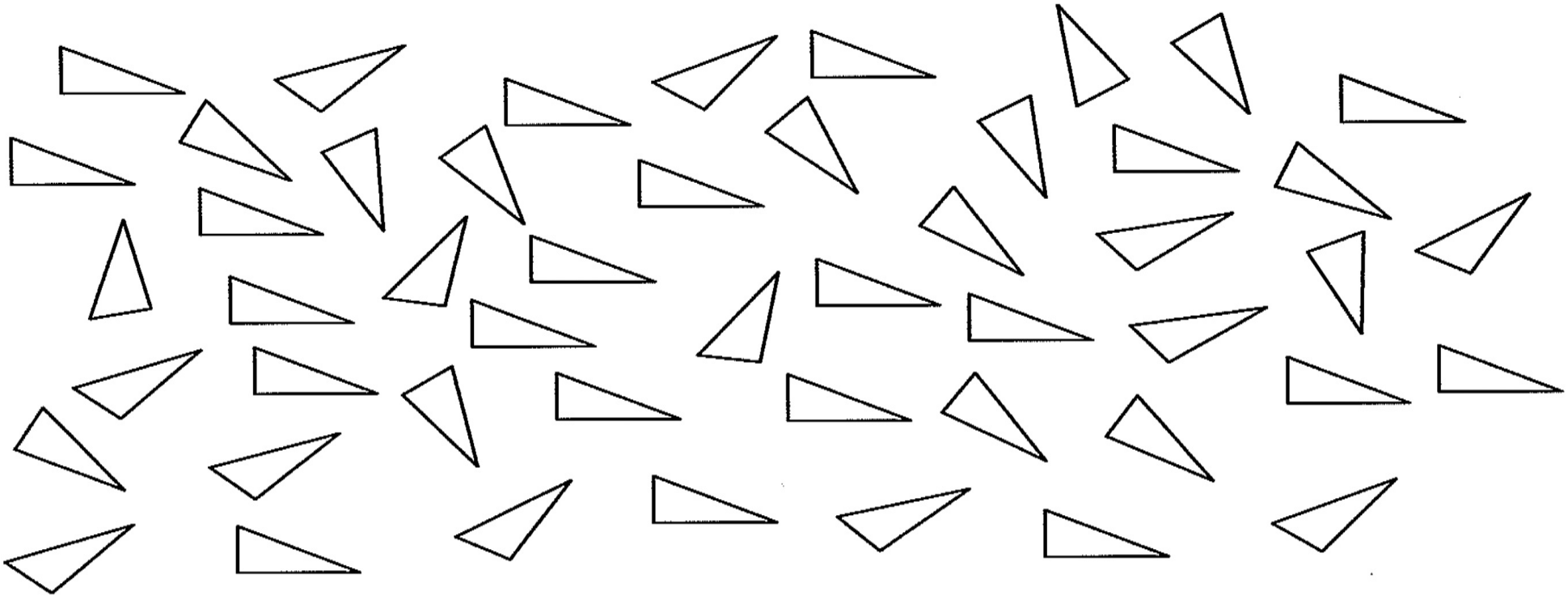
Rien tout seul !

Les activités phares : Groupement

- Groupement (récursivité) : le Fourmillion (cf. Ermel CP p.333 Ermel CE1 p.329 DVD Enseigner les mathématiques au cycle 2 : deux situations d'apprentissage en images : combien de bûchettes ? Le petit moulin
  Ça fourmillionnne - Exploitation d'une séquence publiée dans ERMEL ; C. Destouesse ; article de Grand N n°59 ; p.11-17 (1996).)
- Groupement : les commandes (Ermel CP p.339) puis les craies et les stock (Ermel CE2 p.288).

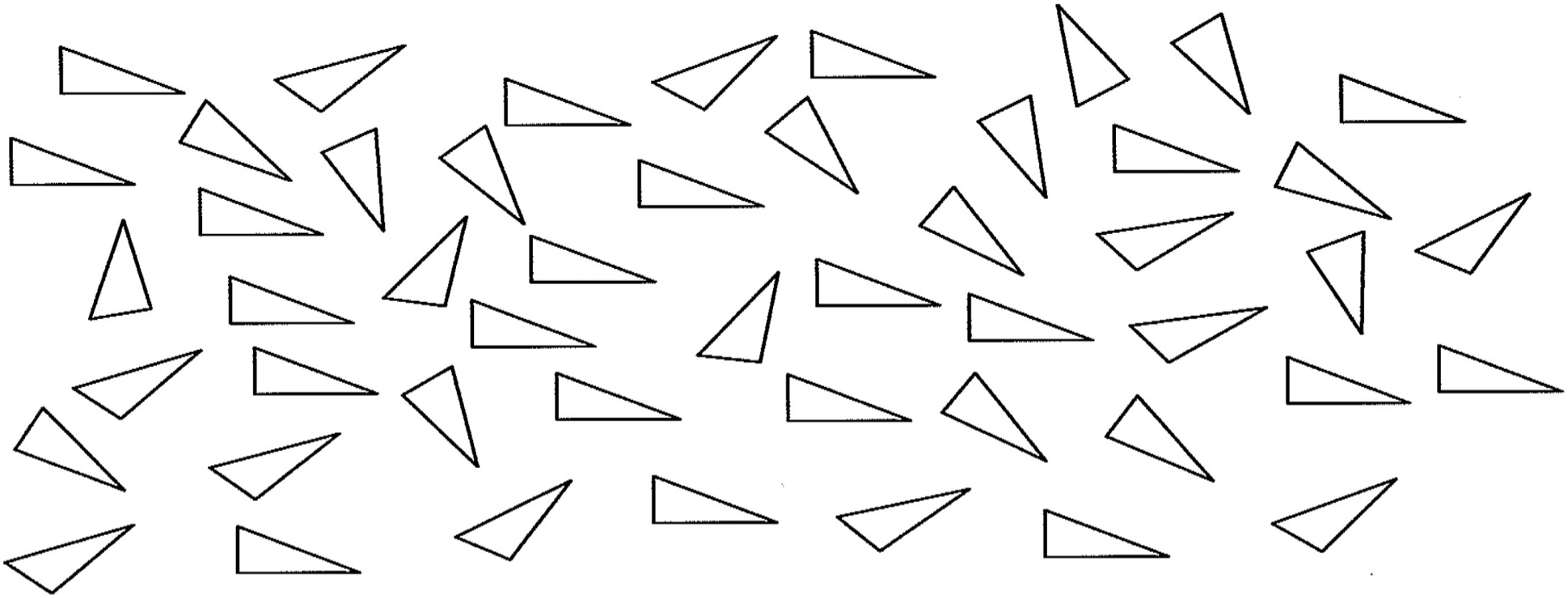
Grouper n'est pas naturel

Combien de triangles ?



Grouper n'est pas naturel

Combien de triangles ?



Seulement 63% de réussite et le recours au paquet n'est pas du tout systématique.

Un jeu

Bednarz et Janvier (Grand $\mathbb{N}$ n°33 1984)

Un jeu

Bednarz et Janvier (Grand $\mathbb{N}$ n°33 1984)

J'ai choisi un nombre entre **402** et **513**.

Vous devez trouver lequel. Chaque groupe à son tour fera une proposition en utilisant les étiquettes. Je réponds uniquement par plus ou moins.

Un jeu

Bednarz et Janvier (Grand $\mathbb{N}$ n°33 1984)

J'ai choisi un nombre entre 402 et 513.

Vous devez trouver lequel. Chaque groupe à son tour fera une proposition en utilisant les étiquettes. Je réponds uniquement par plus ou moins.

Les groupes qui n'ont pas trouvé : trouvez une autre solution.

Un jeu

Bednarz et Janvier (Grand $\mathbb{N}$ n°33 1984)

J'ai choisi un nombre entre 402 et 513.

Vous devez trouver lequel. Chaque groupe à son tour fera une proposition en utilisant les étiquettes. Je réponds uniquement par plus ou moins.

Les groupes qui n'ont pas trouvé : trouvez une autre solution.
Pour tout le monde : quelles difficultés pour les élèves ?

Les activités phares : Échange

- Les maisons (Ermel CP p.319)
- Le jeu du banquier (Ermel CP p.321) : jouer à 3 contre 1 (pour qu'il y ait beaucoup d'échange et puis ensuite à 5 et 10 contre 1).
- Le caissier (Ermel CE1 p.322 et 351)

De nouvelles compétences à travailler

- REPRÉSENTER le nombre 49 à l'aide de toutes sortes de matériels de numération (bûchettes – élastiques, cubes emboîtables, bouliers, boîtes à dix, jetons, cartes, compteurs, abaques, ...)
- REPRÉSENTER 49 euros ou 49 centimes avec de la monnaie
- ASSOCIER 49 à sa décomposition canonique
- OPÉRER avec 49 : c'est-à-dire investir le territoire du CALCUL avec ce nombre et les autres
- S'INTÉRESSER à 49 comme porteur de propriétés intrinsèques : est-ce un double, de quel(s) autre(s) nombre(s) « sympathique(s) » est-il proche, (est-il dans une table de multiplication « sympathique » ?), comment le « retrouver » à l'aide d'autres nombres toujours aussi « sympathiques » ou moins, ...

C3 : Les nouveaux nombres

1. Fraction (écritures multiples, c'est tarte les tartes)
2. Fraction décimale
3. Nombre décimal

Une activité d'introduction aux fractions

ERMEL CM1 p.404

Des renoncements si difficiles

- Pas de suivant ou de précédent dans les décimaux !
- On peut intercaler sans fin
- Multiplier par 10, c'est ajouter un 0 (place de la virgule)
- Multiplier ça donne un résultat plus grand et diviser un résultat plus petit

Des erreurs courantes

- $2,3 \times 4,9 = 8,27$ ou $17,3 \times 21,8 = 38,11$
- $3,2 < 3,135$
- Il n'y a pas de nombre entre $12,34$ et $12,35$
- $41,45 \neq 41,450$

Quelques propositions

- Donner 10 nombres entre $12,3$ et $12,4$.
- Comparer $2/10$ et $0,17$; $2 + 34/100$ et $2,034$; $3 + 4/10$ et $4 - 3/10$; $5 + 37/100$ et $54/10$.
- Insérer dans $47,12$ un chiffre (le 3 par exemple). Déterminer tous les nombres obtenus et les ranger par ordre croissant. Idem avec 0.
- Rechercher deux nombres décimaux distants de 8 millièmes et n'ayant pas la même partie entière.
- En remplaçant 4 chiffres dans cette égalités par des 0, rendez-la vraie : $7,33 + 6,72 + 6,68 = 21,12$.
- Insérer des virgules aux bons endroits pour obtenir une égalité vraie $605 + 65 + 2345 = 945$.

C4 : Vers l'algèbre

- Nombre relatif (le nombre n'est plus une quantité ou une grandeur)
- π, racine carrée (un nombre ne s'écrit pas forcément avec une suite finie de chiffres)
- le passage du nombre à la lettre