ESPE Centre Val de Loire

M1 Master PIF — CAPPEI DEF

Résolution de problèmes

1er Février 2018

Avertissement

Ce diaporama est réservé à un public averti !

Il contient certainement des choses très fausses, justement dans le but d'amener une discussion.

Programme

1. Les problèmes : c'est quoi ? pourquoi ? comment ?
2. La question de l'énoncé

Quelques saines lectures

Dans la revue Grand $\mathbb{N}$.

1. Est-il possible d'apprendre à résoudre des problèmes ? Dominique Valentin; numéro 42
2. Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes. » Catherine Houdement; numéro 63 Attention !
3. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. Jean Julo; numéro 69 Attention !
4. Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. Sylvie Coppée, Catherine Houdement; numéro 69
5. La résolution de problèmes en questions. Catherine Houdement; numéro 71 À lire d'urgence !

Les documents d'accompagnements

1. Documents d'accompagnement de 2002: les problèmes
2. Documents d'accompagnement de 2002: les procédures (personnelles, expertes)

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN/IPR le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN/IPR

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN/IPR le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN/IPR
- Parce que les programmes le disent

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN/IPR le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN/IPR
- Parce que les programmes le disent
- Parce que c'est comme ça qu'on apprend notion d'obstacle...

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN/IPR le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN/IPR
- Parce que les programmes le disent
- Parce que c'est comme ça qu'on apprend notion d'obstacle...
- Parce que c'est ça faire des maths...

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN/IPR le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN/IPR
- Parce que les programmes le disent
- Parce que c'est comme ça qu'on apprend notion d'obstacle...
- Parce que c'est ça faire des maths...
- Pour donner du sens aux objets mathématiques : ils ont été inventés pour résoudre des problèmes ! Les nombres : 6+8 nombres,nombres de ; Scrabble : expert en manipulation de chiffres et pas nombres (139<146)

Programmes

- Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements.
- La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maitrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.
- Pour ce faire, une place importante doit être accordée à la résolution de problèmes, qu'ils soient internes aux mathématiques, ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines.

Retour

À vous !

https://padlet.com/vinx_beck/pb

À vous !

https://padlet.com/vinx_beck/pb

- C'est quoi une séance de problèmes ?
- Quels objectifs d'une telle séance ?
- Quelle fréquence de ces séances ? Quand dans la journée, dans la semaine ?
- Quels dispositifs ?

Un problème !

Déterminer les entiers qui sont sommes de 3 nombres consécutifs.

Un problème !

Déterminer les entiers qui sont sommes de 3 nombres consécutifs.

Pourquoi j'ai posé ce problème ?

Un problème !

Déterminer les entiers qui sont sommes de 3 nombres consécutifs.

Pourquoi j'ai posé ce problème ? C'est quoi un problème ?

Pas de réponse à la question d'avant !

Différente sortes (et pas types) de problèmes

- Problèmes simples (à trois nombres)
- Problèmes complexes (à étapes)
- Problèmes pour chercher (ce qui est intéressant c'est le chemin pas le résultat): il faut apprendre à chercher

Un (quatre) problème(s) pour chercher

J'ouvre mon livre. En ajoutant les numéros des deux pages que je vois, je trouve 17. Quels sont les deux numéros que je vois ?

J'ouvre mon livre. En ajoutant les numéros des deux pages que je vois, je trouve 26. Quels sont les deux numéros que je vois ?

J'ouvre mon livre de 100 pages. En ajoutant les chiffres des numéros des deux pages que je vois, je trouve 17. À combien d'endroits puis-je avoir ouvert mon livre ?

J'ouvre mon livre qui a moins de 100 pages. En ajoutant les chiffres des numéros des deux pages que je vois, je trouve 14. À combien d'endroits puis-je avoir ouvert mon livre ?

Prescription du docteur Beck

- Problèmes simples : tous les jours
- Problèmes complexes : une fois par semaine
- Problèmes pour chercher : une fois par période

Prescription du docteur Beck

- Problèmes simples : tous les jours
- Problèmes complexes : une fois par semaine
- Problèmes pour chercher : une fois par période

Pourquoi cette prescription ?

Comment on résout des problèmes ?

Jean Julo. Deux processus (un peu comme en lecture) quand on résout un problème

- **Processus représentationnel** : l'élève « reconnaît » d'une certaine façon le problème et cela lui « évoque » quelque chose de connu. Il applique alors un traitement connu.

- **Processus opératoire** : l'élève ne reconnaît pas le problème : il doit construire, inventer, bricoler une stratégie.

Représentation

Représentation $_{\text{toutes les mathématiques}}$: construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Représentation

Représentation $_{\text{toutes les mathématiques}}$: construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Difficultés :

- la compréhension n'a pas de mémoire, on n'est pas capable de dire pourquoi on sait que c'est ça qu'il faut faire.

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Difficultés :

- la compréhension n'a pas de mémoire, on n'est pas capable de dire pourquoi on sait que c'est ça qu'il faut faire.
- travailler la représentation (que les élèves ont tendance à zapper !) raconter, dessiner/schématiser, mimer

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Difficultés :

- la compréhension n'a pas de mémoire, on n'est pas capable de dire pourquoi on sait que c'est ça qu'il faut faire.
- travailler la représentation (que les élèves ont tendance à zapper !) raconter, dessiner/schématiser, mimer re-présentation

Un exemple pour travailler les représentations

Tirée de *Concertum Tome 1 p.115 : « Dis fais-moi un dessin ! »*

Objectifs :

- Utilité des représentations
- Pertinence des représentations
- Lutter contre l'idée : un problème = une opération

Suite

Dans un pays lointain, des personnes ont tué 12 antilopes. Il faut deux personnes pour porter une antilope et la ramener au village.

pas de question.

Consigne aux élèves : tu vas faire un dessin qui raconte cette histoire ; une personne qui regarde ton dessin doit comprendre l'histoire.

Travail individuel des élèves

Suite de la suite

L'enseignant.e sélectionne un bon paquet de dessin et pose la question « Est-ce que le dessin montre tout ce que nous dit le texte ? »
Classification par les élèves de leur production :

- illustration sémantique mais pas de rapport aux nombres, fait appel à l'imaginaire
- représentation du nombre d'antilopes, mais pas de la relation un pour deux
- représentation de la relation un pour deux mais pas du nombre d'antilopes
- représentation de la relation un pour deux et du bon nombre d'antilopes mais ajout du fait que certaines personnes portent deux antilopes.
- représentation de la relation un pour deux et du bon nombre d'antilopes

Suite de la suite de la suite

Nouvelle consigne de la maîtresse : Combien de personnes faut-il pour transporter toutes les antilopes ? On va regarder si les dessins affichés peuvent nous aider à répondre à la question.
Débat collectif. On écarte les dessins qui oublient ou ajoutent de l'information.

Enfin : vous allez répondre à la question en vous servant d'un dessin. Les élèves ont récupéré leur dessin. Travail par deux. Mise en commun qui permet aux enfants de présenter leur procédure de dénombrement (pas unique !) et la question de la correction.

Prolongement : un nouveau problème.

Objectif suivant : passer du dessin au schéma... question : que faut-il représenter ?

Retour

Processus opératoire

Procédure par essai-erreur-ajustement mieux que par tatonnement ! : trace de la recherche problème des fichiers...

- Il s'agit de répartir des jetons dans des boîtes grises et blanches de telle sorte qu'il y ait autant de jetons dans les boîtes de la même couleur.
  - 17 jetons avec 2 boîtes grises et 3 boîtes blanches
  - 17 jetons avec 2 boîtes grises et 4 boîtes blanches
- Le farfelu Jojo compte les têtes et trouve 8 têtes. Puis il compte les pattes et trouve 26. Saurais-tu trouver le nombre de poules et de lapins ?
- Problèmes de multiplication (pour les CP)
- Problèmes de partage

Quelle aide pour les élèves ?

On oublie la méthodo-type

- Chercher les informations utiles sans (avant de) résoudre le problème
- Souligner ou surligner les mots importants
- Chercher dans le dictionnaire les mots inconnus
- Chercher les informations manquantes
- Chercher une question pour le texte
- Chercher la bonne opération

Pourquoi ?

À chacun sa place

Damien, Franck, Isabelle, Nathalie, Raphaël et Simon ont posé pour une photo souvenir de vacances. Les indices suivants permettent de retrouver la place de chacun. Toutefois certains indices sont inutiles. Lesquels ?

1. Damien et Raphaël n'ont qu'un seul voisin.
2. Les filles ne sont pas côte à côte.
3. Franck est le plus petit des garçons.
4. Franck est cependant plus grand qu'Isabelle, qui est à sa gauche.
5. Damien et Isabelle portent des lunettes.
6. Si Nathalie tourne la tête vers la gauche, elle peut voir tous ses camarades, sauf Damien.
7. Franck est le seul à avoir deux voisines.

Pourquoi 2 ?

Soit E un espace vectoriel de dimension finie et $u : E \to E$ une application linéaire. On suppose que u est un automorphisme. Montrer que u admet un vecteur propre pour la valeur propre 1 si et seulement si u admet un point fixe non nul.

Pour lutter contre l'idée : « résoudre 1 problème = trouver la bonne opération »

Téo est plus grand qu'Ismaël ; Téo est plus petit que Noah. L'un mesure 140cm, l'autre 1,35m et le troisième 1,15m. Quelle est la taille de Téo ?

Pour lutter contre l'idée : « résoudre 1 problème = trouver la bonne opération »

Téo est plus grand qu'Ismaël ; Téo est plus petit que Noah. L'un mesure 140cm, l'autre 1,35m et le troisième 1,15m. Quelle est la taille de Téo ?

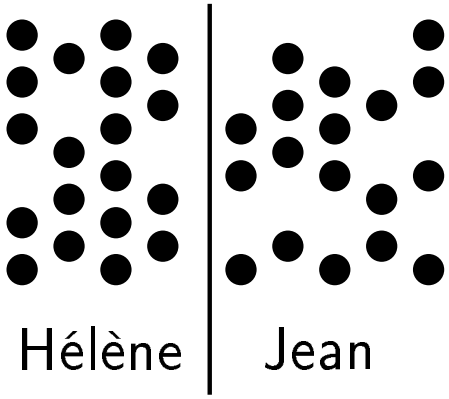
Julien habite sur une île reliée au continent par un pont. Depuis qu'il s'est levé ce matin, il a traversé 7 fois le pont. Est-il sur l'île ou le continent ? Idem avec 10 fois, 16 fois, 23 fois, 165 fois, ...

Des questions courantes

1. Problème et manipulation Manipulation
2. Problème et calcul mental (voir Calcul mental :entre sens et technique ; Denis Butlen)
3. Problème et forme de l'énoncé Forme de l'énoncé
4. Problème et réalité

Représentation du nombre

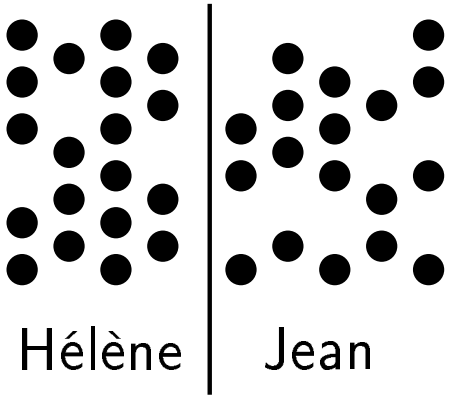
1. Problème 1 : Patrick a 31 billes et Laure 29. Qui en a le plus ?
2. Problème 2 : Qui en a le plus ?



3. Problème 3 : Oral

Représentation du nombre

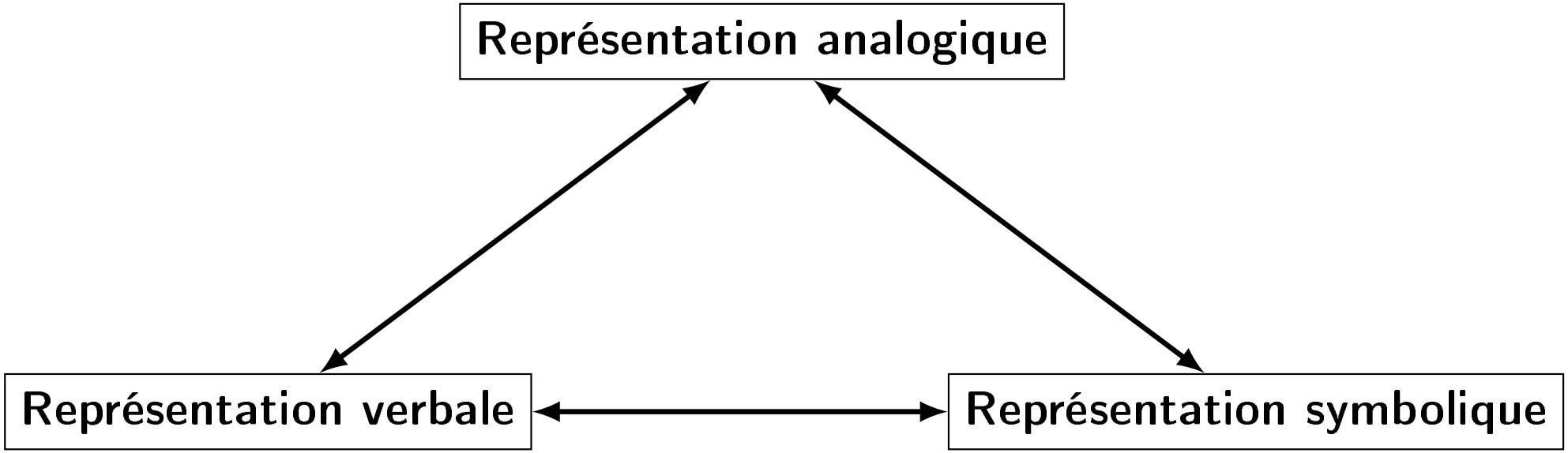
1. Problème 1 : Patrick a 31 billes et Laure 29. Qui en a le plus ?
2. Problème 2 : Qui en a le plus ?



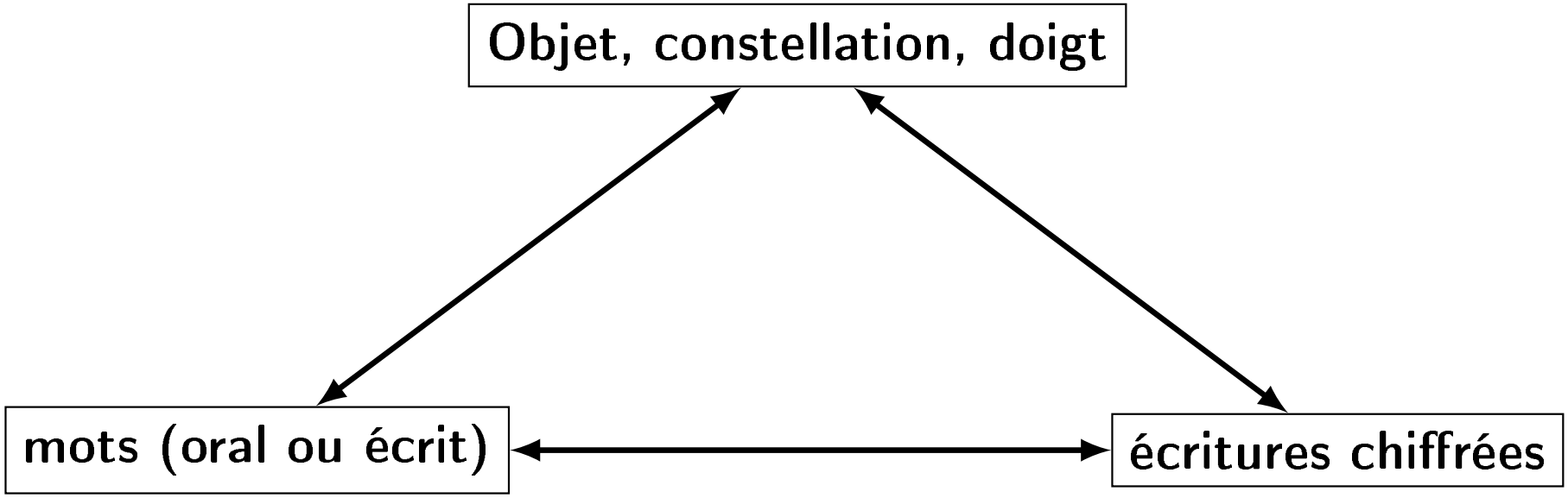
3. Problème 3 : Oral

Quelles procédures ?

Représentations multiples

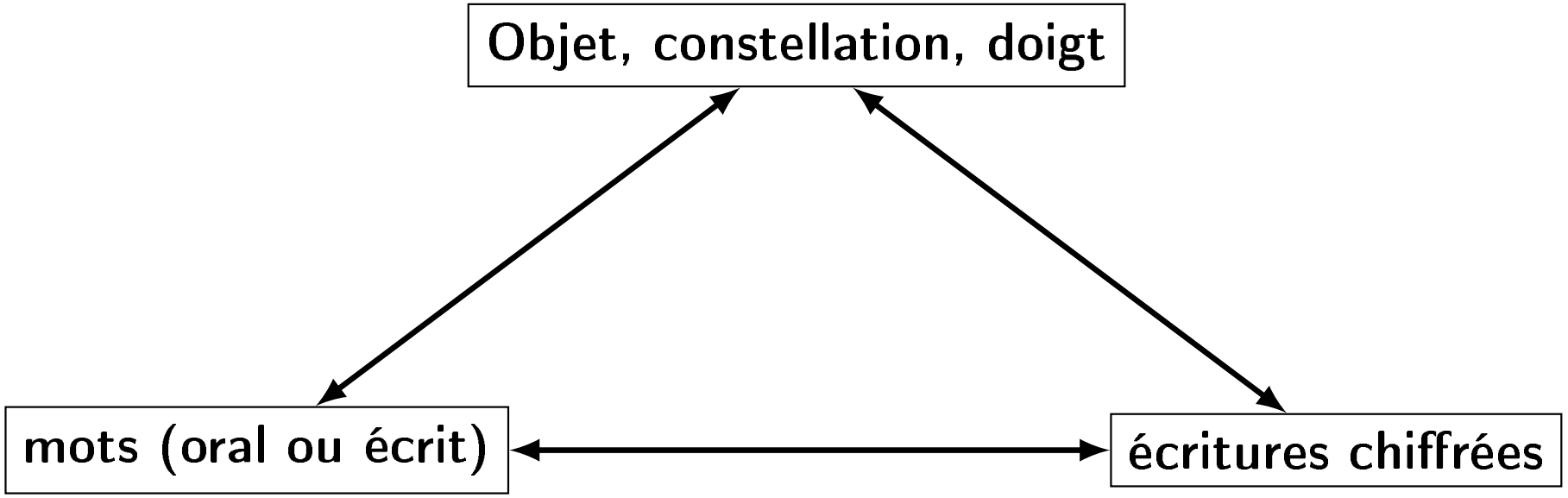


En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle, difficulté à la représentation) ! 20000 ans d'histoires ; traitement dans chaque code ; suivre les flèches.)

En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle, difficulté à la représentation) ! 20000 ans d'histoires ; traitement dans chaque code ; suivre les flèches.)

Le point de vue du matheux : enjeu numéro 1, le passage de l'un à l'autre (DANS LES 2 SENS) est transparent.

retour

L'énoncé

- L'énoncé n'est pas forcément écrit (mime, dessin, schéma,... cf. représentation).
- Commencer par la question augmente la réussite. Vidéo
- Dans un texte, attention aux implicites. Exemple

Un exemple

- Jean a gagné 3 billes. Maintenant il a 5 billes. Combien Jean avait-il de billes au départ ?

- Jean avait quelques billes. Il a gagné 3 billes. Maintenant il a 5 billes. Combien a-t-il de billes au début ?

Le taux de réussite passe de 13% à 33% en CP et de 61% à 79% en CE1.

retour

Fin numéro 1

Pour aider les D, quels sujets souhaitent-ils voir aborder lors des séances de maths ?

Les autres sont libérés, délivrés, des maths, ils n'en verront plus jamais !

Merci !

Typologie

Un paysan va au marché avec sa vache. Il la vend 500€ pris de remord, il la rachète 600€ puis la revend 700€ et la rachète 800€. A-t-il gagné ou perdu de l'argent et combien ?

Gérard Vergnaud

Inventeur de la **théorie des champs conceptuels** à la fin des années 80.

Définition – Champ conceptuel. Ensemble de situations (activités) et ensemble de concepts constituant la base nécessaire à l'identification des objets, des relations et des processus pertinents dans ces situations.

Exemple Le champ conceptuel des structures additives : l'ensemble des situations faisant appel à une addition, une soustraction ou à une combinaison de ces deux opérations.

Typologie

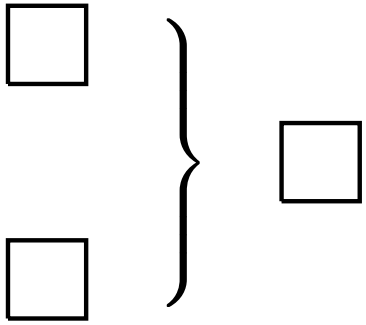
Pour Gérard Vergnaud, il y a 6 types de problèmes additifs dont 4 concernent l'école primaire.

Typologie

Pour Gérard Vergnaud, il y a 6 types de problèmes additifs dont 4 concernent l'école primaire.

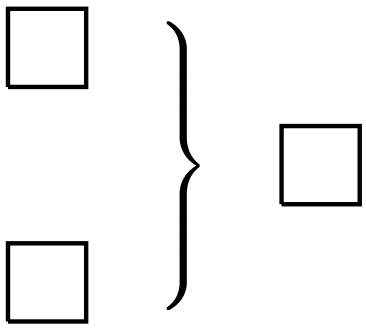
1. Composition de mesures
2. Transformation d'un état
3. Comparaison d'état
4. Composition de transformations

Composition de mesures



- Les données sont des mesures (quantités discrètes ou continues)
- L'énoncé est statique s'il évoque une description (« il y a... ») ou alors dynamique s'il évoque une réunion ou un partage).
- Plus de deux mesures peuvent intervenir.

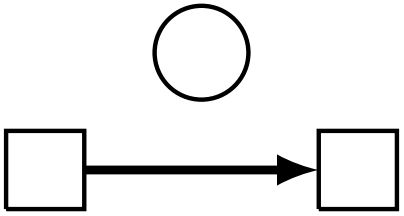
Composition de mesures



- Les données sont des mesures (quantités discrètes ou continues)
- L'énoncé est statique s'il évoque une description (« il y a... ») ou alors dynamique s'il évoque une réunion ou un partage).
- Plus de deux mesures peuvent intervenir.

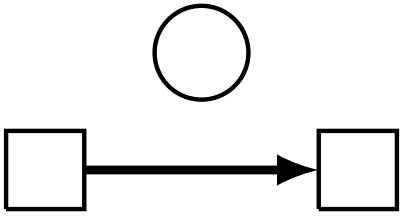
Problèmes 4,9

Transformation d'un état



- Les données sont des mesures (cardinal) ou des repères sur une ligne (ordinal).
- En outre, plus de deux mesures peuvent intervenir.
- L'énoncé dynamique évoque une augmentation ou une diminution d'un état initial vers un état final.

Transformation d'un état



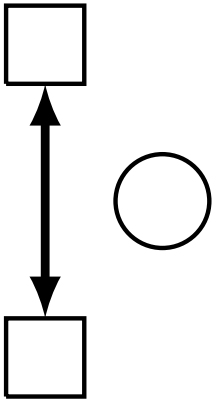
- Les données sont des mesures (cardinal) ou des repères sur une ligne (ordinal).
- En outre, plus de deux mesures peuvent intervenir.
- L'énoncé dynamique évoque une augmentation ou une diminution d'un état initial vers un état final.

Problèmes 1,2,3,7,8,10

ATTENTION

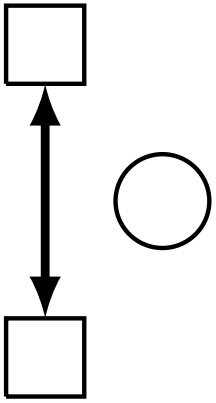
Suivant l'interprétation faite par le lecteur, il est courant, particulièrement pour les problèmes les plus élémentaires, qu'un problème glisse d'un type vers un autre (notamment des transformations d'états peuvent facilement être interprétées comme des compositions de mesures et inversement).
Il n'est donc pas question de faire apprendre et reconnaître ces types aux élèves... C'est une grille de lecture pour l'enseignant.e pour envisager une progression et varier les problèmes qu'il.elle propose.

Comparaison d'état



- Les données sont des mesures (associées aux vocables « de plus », « de moins ») ou des repères sur une ligne (« plus loin » , « moins loin »).
- L'énoncé est soit statique, soit dynamique s'il évoque une augmentation, une diminution ou une égalité.
- Il peut y avoir inclusion.

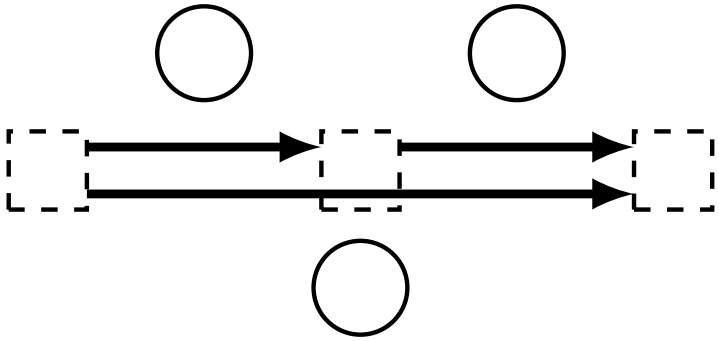
Comparaison d'état



- Les données sont des mesures (associées aux vocables « de plus », « de moins ») ou des repères sur une ligne (« plus loin » , « moins loin »).
- L'énoncé est soit statique, soit dynamique s'il évoque une augmentation, une diminution ou une égalité.
- Il peut y avoir inclusion.

Problèmes 5,6

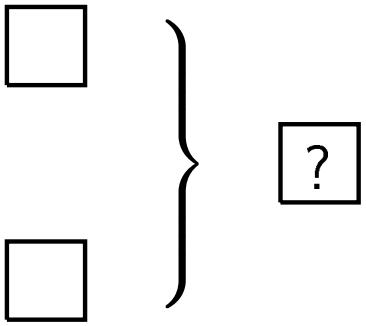
Composition de transformations



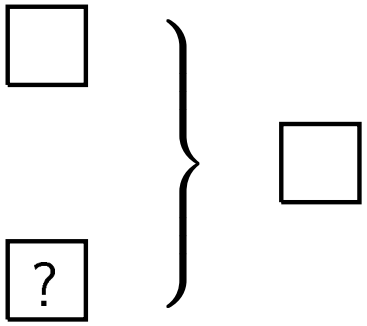
- Les données sont des mesures ou des repères sur une ligne.
- L'énoncé est dynamique.
- Les transformations peuvent être de même sens ou non et plus de deux transformations peuvent intervenir.

Variantes

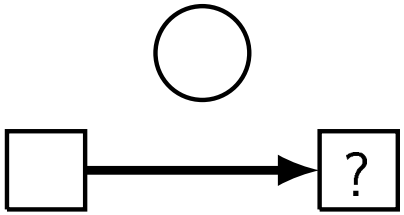
Recherche du composé



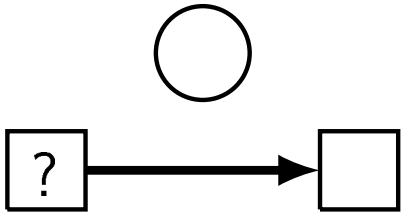
Recherche d'une partie



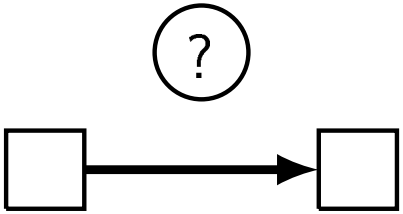
Recherche de l'état final



Recherche de l'état initial

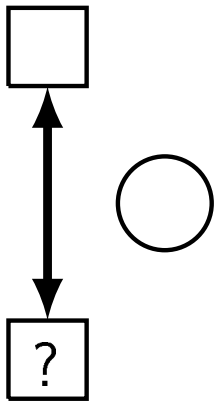


Recherche de la transformation

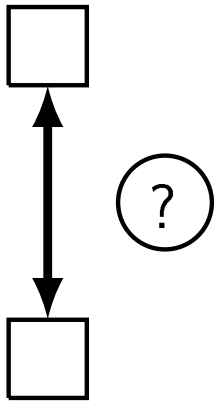


Variantes

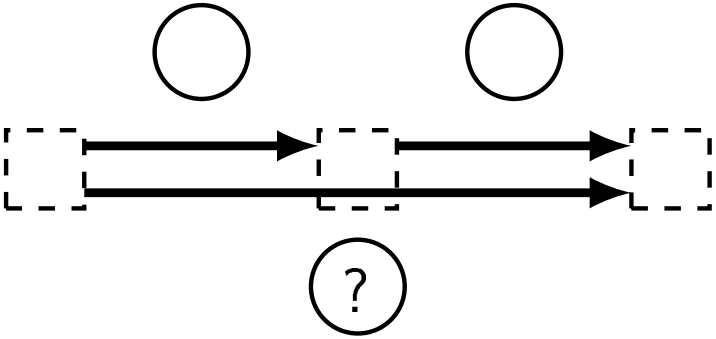
Recherche de l'un des états



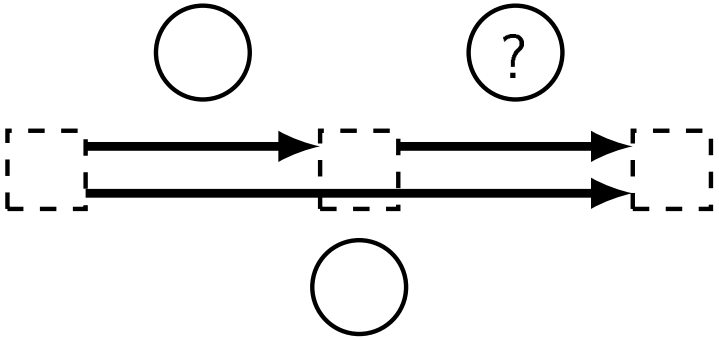
Recherche de la comparaison



Recherche de la composée

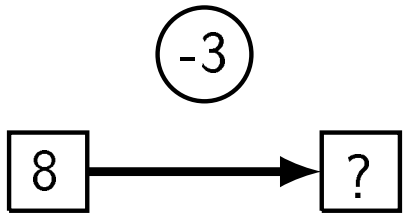


Recherche d'une transformation



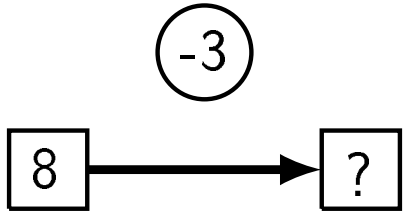
La soustraction

Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :



La soustraction

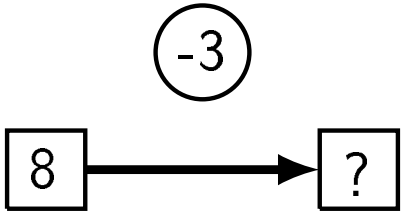
Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :



Problème 4

La soustraction

Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :

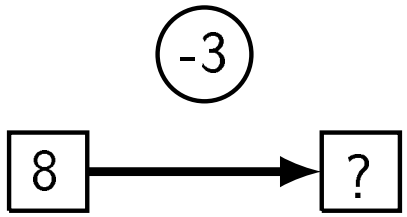


Problème 4

C'est donc difficile de faire comprendre la soustraction comme

La soustraction

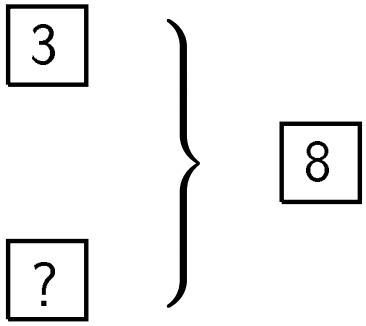
Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :



Problème 4

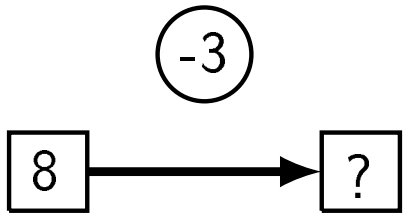
C'est donc difficile de faire comprendre la soustraction comme

un complément



La soustraction

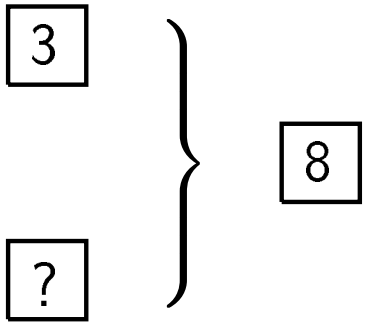
Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :



Problème 4

C'est donc difficile de faire comprendre la soustraction comme

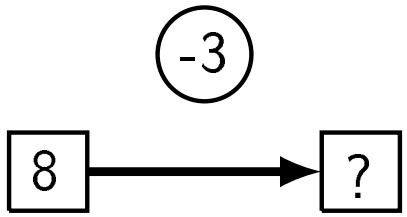
un complément



Problème 2

La soustraction

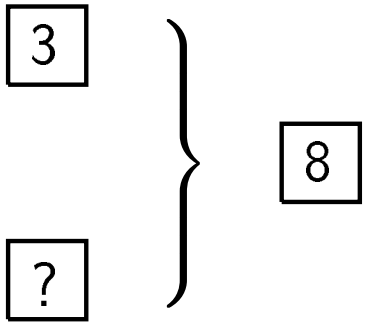
Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :



Problème 4

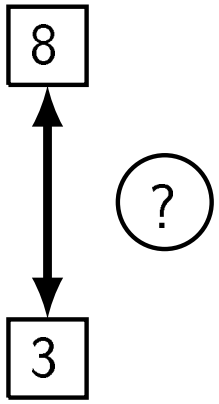
C'est donc difficile de faire comprendre la soustraction comme

un complément



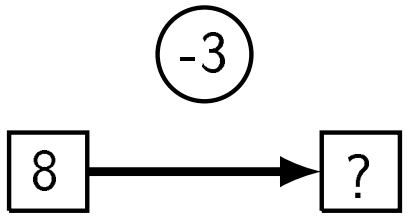
Problème 2

une relation de comparaison



La soustraction

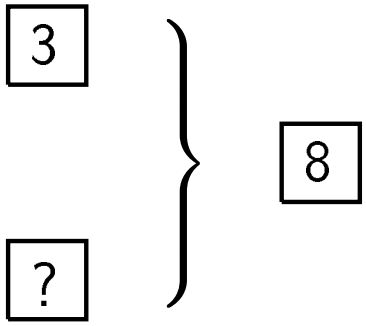
Selon Vergnaud, la première conception de la soustraction pour un jeune enfant consiste dans la diminution d'une quantité initiale par consommation, perte ou vente, selon le schéma :



Problème 4

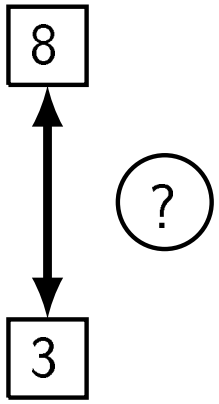
C'est donc difficile de faire comprendre la soustraction comme

un complément



Problème 2

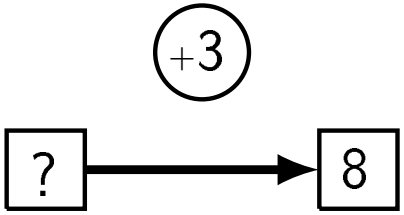
une relation de comparaison



Problème 10

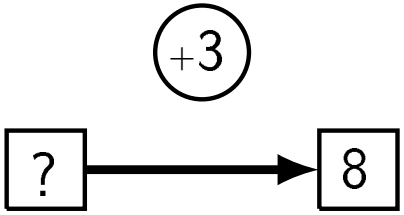
La soustraction (suite)

l'inverse d'une addition



La soustraction (suite)

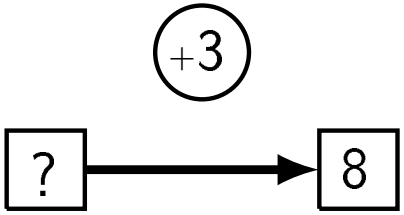
l'inverse d'une addition



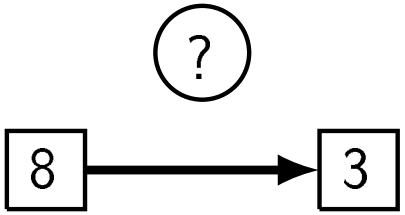
Problème 5

La soustraction (suite)

l'inverse d'une addition



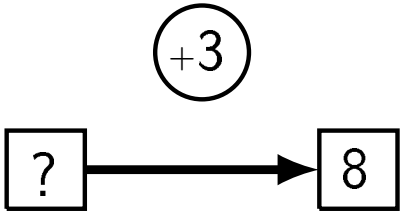
une différence d'état successifs



Problème 5

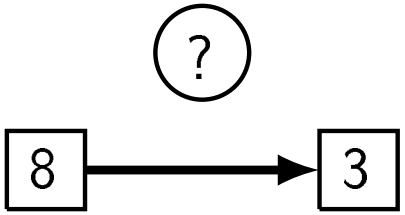
La soustraction (suite)

l'inverse d'une addition



Problème 5

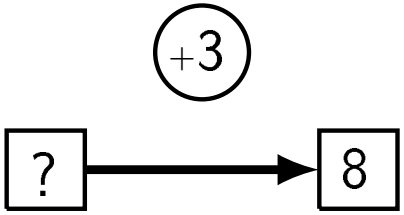
une différence d'état successifs



Problème 8

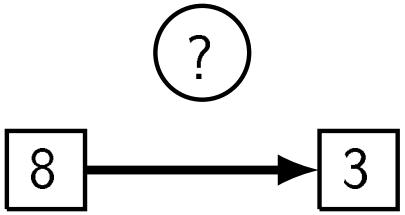
La soustraction (suite)

l'inverse d'une addition



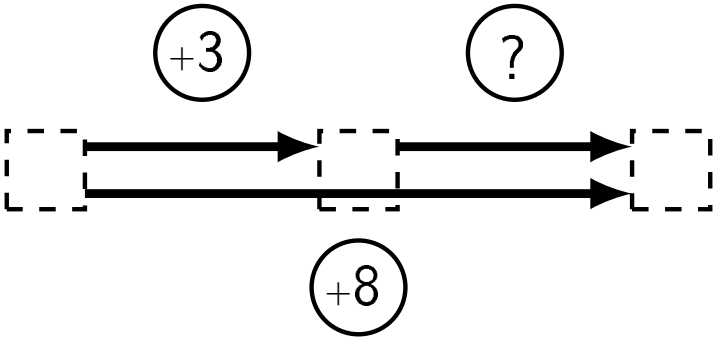
Problème 5

une différence d'état successifs



Problème 8

Différence de deux transformations



Problème à trouver !

Intérêt

Connaître les typologies de problèmes fournit une clé de lecture des énoncés et invite dans le même temps à proposer les situations les plus variées possibles.
La fréquentation régulière d'énoncés diversifiés et leur traitement doivent conduire progressivement les apprenants à construire des catégories de problèmes et à s'approprier les procédures standardisées de résolution correspondantes.

Fin numéro 2

Pour aider les D, quels sujets souhaitent-ils voir aborder lors des séances de maths ?

Les autres sont libérés, délivrés, des maths, ils n'en verront plus jamais !

Merci !