M2 MEEF Premier Degré
UE 31 EC1
Didactique, épistémologie et histoire des mathématiques

Géométrie de la PS au début du collège : enjeux éducatifs et didactiques (2)

Mercredi 15 octobre 2014

Vers la géométrie

Les enjeux :

- Passage d'un monde sensible à une modélisation-représentation (de plus en plus complexe) du monde.
- Passage du perceptif (cycle 1 et 2) à l'instrumenté (cycle 2 et 3 et collège) puis au raisonné (cycle 3 et collège)

Les enjeux de géométrie en primaire

Les activités d'enseignement-apprentissage à l'école primaire autour de la géométrie ne visent pas des connaissances dites formelles (par exemple : les « définitions », les propriétés, etc.), mais plutôt des connaissances dites fonctionnelles (dans le but de résoudre des problèmes).

Les enjeux de géométrie en primaire

Les activités d'enseignement-apprentissage à l'école primaire autour de la géométrie ne visent pas des connaissances dites formelles (par exemple : les « définitions », les propriétés, etc.), mais plutôt des connaissances dites fonctionnelles (dans le but de résoudre des problèmes).

D'où une entrée plutôt par les relations que par les notions.

Objets et notions du programme

Objets et notions du programme

1. Point, milieu
2. Segment, droite, plan, droite(s) perpendiculaire(s), droite(s) parallèle(s).
3. Cercle, rayon, diamètre
4. Triangle, triangle isocèle, rectangle, équilatéral
5. Polygone, quadrilatère, quadrilatère particulier (carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze), sommet, côté
6. Polyèdre, polyèdre particulier (cube, pavé, prisme, pyramide), sommet, arête
7. Angle, angle droit, angle plat

Objets et notions du programme

1. Point, milieu
2. Segment, droite, plan, droite(s) perpendiculaire(s), droite(s) parallèle(s).
3. Cercle, rayon, diamètre
4. Triangle, triangle isocèle, rectangle, équilatéral
5. Polygone, quadrilatère, quadrilatère particulier (carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze), sommet, côté
6. Polyèdre, polyèdre particulier (cube, pavé, prisme, pyramide), sommet, arête
7. Angle, angle droit, angle plat

Exercice Vérifier que je n'en ai pas oublié. À quels niveaux sont-ils introduits ?

Les relations entre les objets

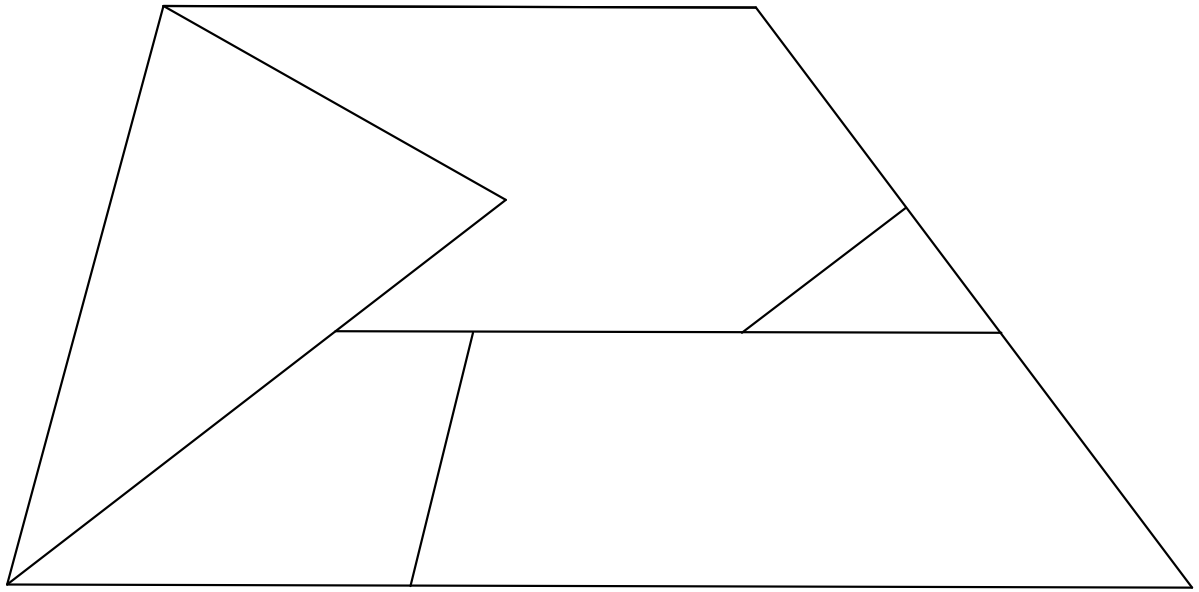
1. Relations d'appartenance (ou d'incidence), alignement.
2. Parallélisme, Perpendicularité.
3. Égalité de longueurs.
4. Repérage.
5. Isométrie, similitude d'objets (superposabilité avec ou sans retournement, agrandissement ou réduction).

Les relations entre les objets

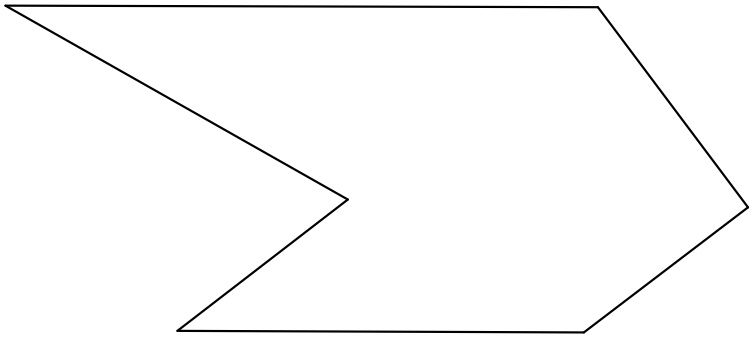
1. Relations d'appartenance (ou d'incidence), alignement.
2. Parallélisme, Perpendicularité.
3. Égalité de longueurs.
4. Repérage.
5. Isométrie, similitude d'objets (superposabilité avec ou sans retournement, agrandissement ou réduction).

Exercice Vérifier que je n'en ai pas oublié. À quels niveaux sont-ils introduits ?

Un exemple de relation



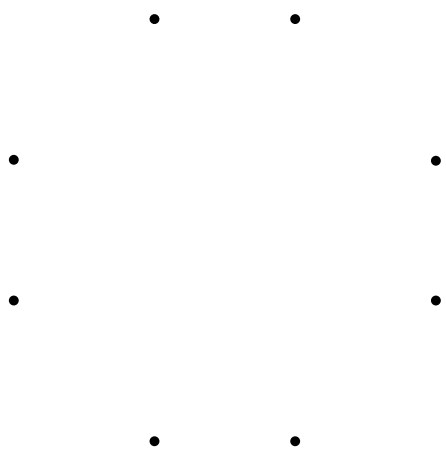
Consigne : Reproduire la figure ci-dessus à partir de la figure ci-dessous

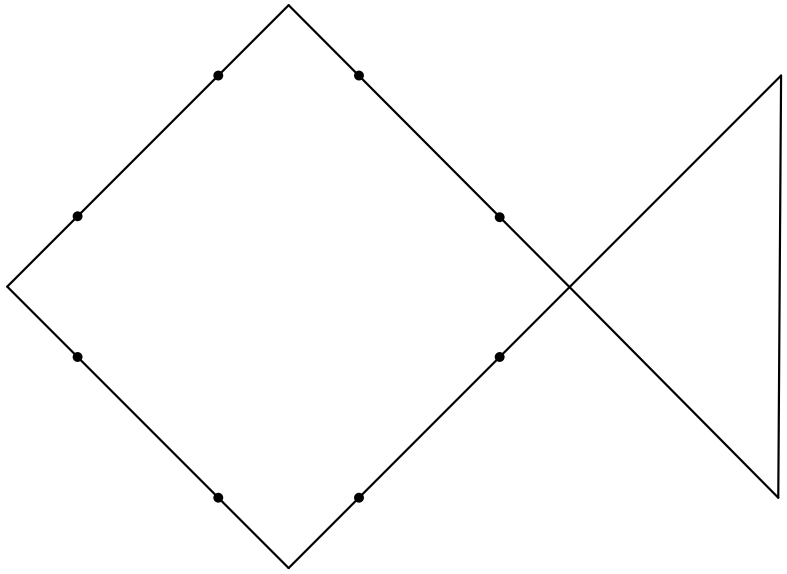


Biblio : Marie-Jeanne Perrin IUFM Lille → géométrie

Le même exercice en plus simple

À partir des 8 points, trace le poisson.





Biblio : Voir aussi Euromath CP et Euromath CE1

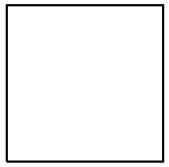
LES géométries

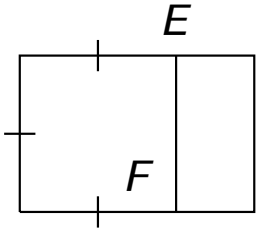
Un tableau extrait des programmes de 2002 (R. Charney)

LES géométries

Un tableau extrait des programmes de 2002 (R. Charney)

	cycle 1 et 2	Fin cycle 2, cycle 3	collège
est VRAI ce que je	vois	contrôle avec des instruments	démontre
boîte à outil	œil	règle, compas, gabarits...	axiomes, définitions, théorèmes...
Houdement-Kuzniak	Géométrie I	Géométrie I	Géométrie II





Les instruments de l'école

À apprivoiser !

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) :
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) :
- Formographe (dès la maternelle) :
- règle graduée (dès le CE1) :
- équerre (dès le CE1-2) :
- compas (dès le CE2) :
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) :
- Formographe (dès la maternelle) :
- règle graduée (dès le CE1) :
- équerre (dès le CE1-2) :
- compas (dès le CE2) :
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) : tracer des formes, comparer ou ajouter des grandeurs
- Formographe (dès la maternelle) :
- règle graduée (dès le CE1) :
- équerre (dès le CE1-2) :
- compas (dès le CE2) :
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) : tracer des formes, comparer ou ajouter des grandeurs
- Formographe (dès la maternelle) : tracer facilement des formes
- règle graduée (dès le CE1) :
- équerre (dès le CE1-2) :
- compas (dès le CE2) :
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) : tracer des formes, comparer ou ajouter des grandeurs
- Formographe (dès la maternelle) : tracer facilement des formes
- règle graduée (dès le CE1) : mesurer/tracer des segments de longueurs données et tracer des traits droits
- équerre (dès le CE1-2) :
- compas (dès le CE2) :
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) : tracer des formes, comparer ou ajouter des grandeurs
- Formographe (dès la maternelle) : tracer facilement des formes
- règle graduée (dès le CE1) : mesurer/tracer des segments de longueurs données et tracer des traits droits
- équerre (dès le CE1-2) : vérifier/tracer qu'un angle est droit
- compas (dès le CE2) :
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) : tracer des formes, comparer ou ajouter des grandeurs
- Formographe (dès la maternelle) : tracer facilement des formes
- règle graduée (dès le CE1) : mesurer/tracer des segments de longueurs données et tracer des traits droits
- équerre (dès le CE1-2) : vérifier/tracer qu'un angle est droit
- compas (dès le CE2) : tracer des (morceaux de) cercles, reporter des longueurs, etc.
- guide-âne (dès le CM1) :
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

Les instruments de l'école

À apprivoiser !

- règle (dès le CP) : tracer des traits droits et vérifier des alignements
- gabarit (de formes, d'angles droits ou non, de segments) (toute l'école) : tracer des formes, comparer ou ajouter des grandeurs
- Formographe (dès la maternelle) : tracer facilement des formes
- règle graduée (dès le CE1) : mesurer/tracer des segments de longueurs données et tracer des traits droits
- équerre (dès le CE1-2) : vérifier/tracer qu'un angle est droit
- compas (dès le CE2) : tracer des (morceaux de) cercles, reporter des longueurs, etc.
- guide-âne (dès le CM1) : découper un segment (en 3,5,etc.)
- Papier quadrillé, calque, pointé etc. (aide, différentiation, variable didactique...)
- Logiciel de géométrie dynamique (Geogebra, Cabri, Carmetal)

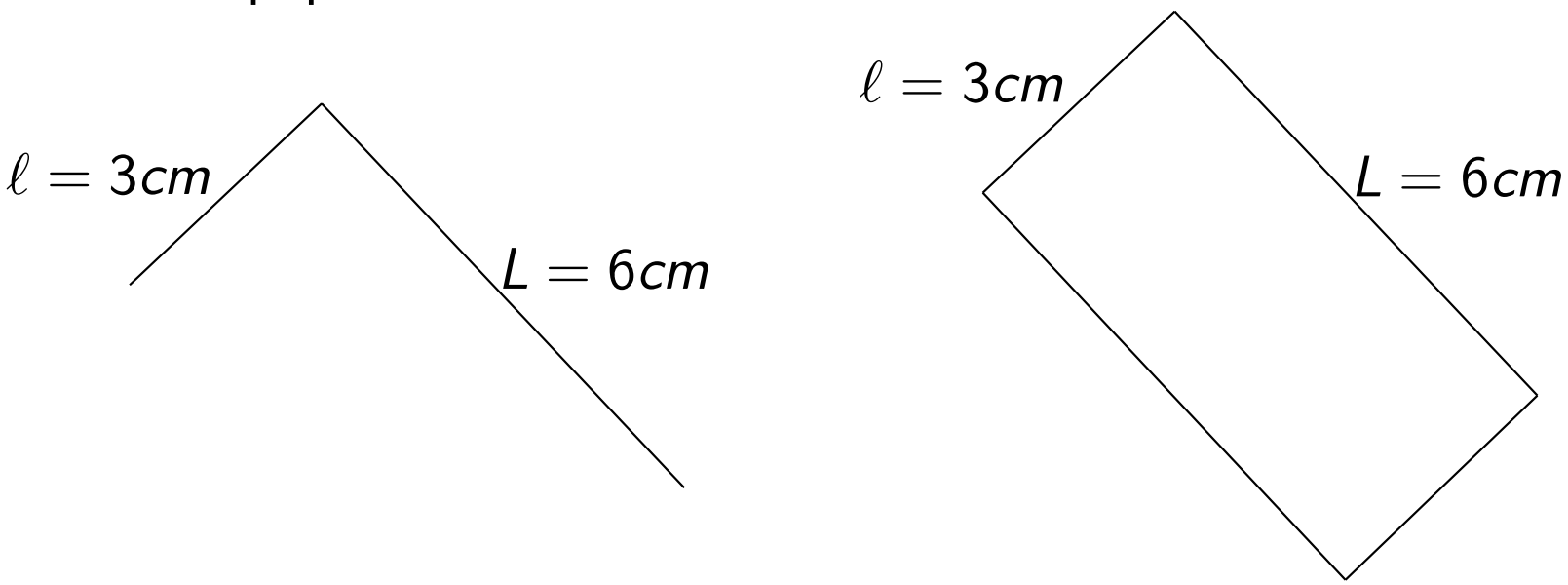
Et pour l'enseignant ? ? ?

VARIABLE DIDACTIQUE

DIFFÉRENTIATION

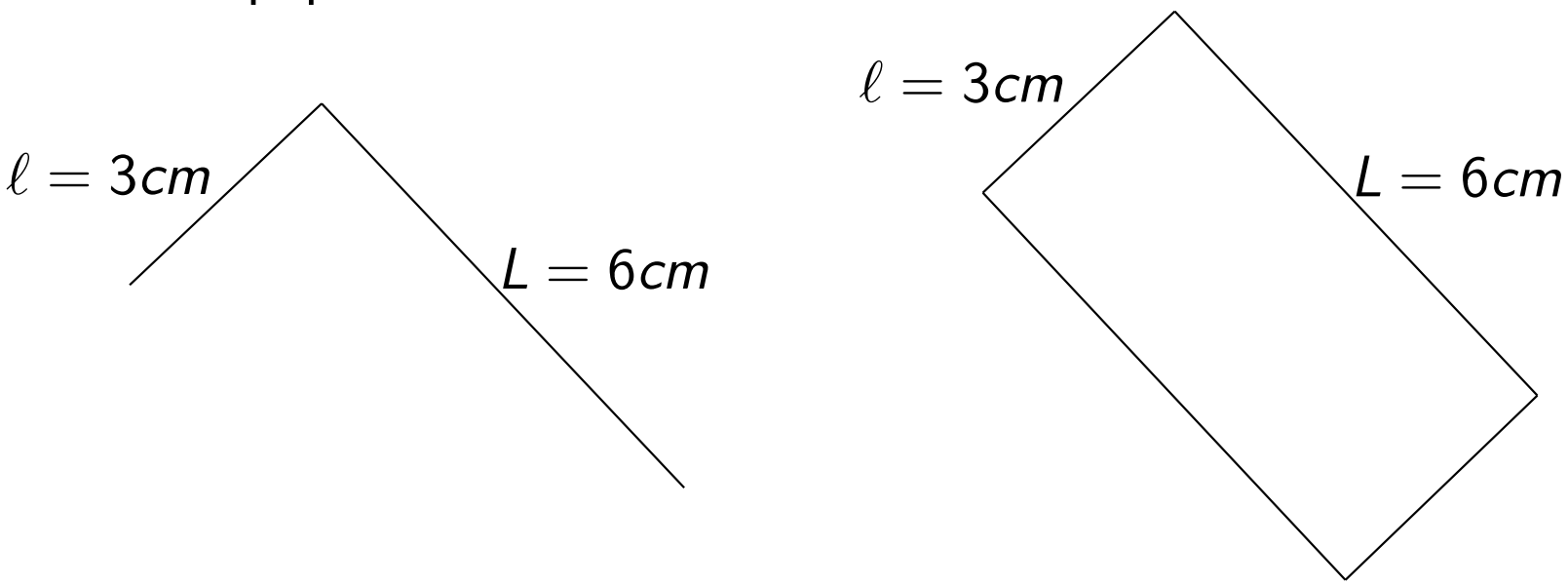
Un exemple

Consigne : À partir de la figure suivante, reproduire le rectangle ci-dessous sur papier uni



Un exemple

Consigne : À partir de la figure suivante, reproduire le rectangle ci-dessous sur papier uni



1. avec la règle graduée et l'équerre
2. avec l'équerre uniquement
3. avec la règle graduée uniquement

Compétences

Compétences

Les fameux verges d'actions :

1. Décrire
2. Calculer
3. Reproduire
4. Représenter
5. Construire
6. Dessiner
7. Tracer
8. Reconnaître
9. Repérer

Décrire

Décrire un objet mathématique revient à en donner, sous différentes formes (écrites ou orales), des propriétés mathématiques permettant de l'identifier. Par essence, les activités liées à la description ont pour but de préciser le vocabulaire, de lui donner du sens.

Décrire

Décrire un objet mathématique revient à en donner, sous différentes formes (écrites ou orales), des propriétés mathématiques permettant de l'identifier. Par essence, les activités liées à la description ont pour but de préciser le vocabulaire, de lui donner du sens.

Pourquoi décrire un objet mathématique ?

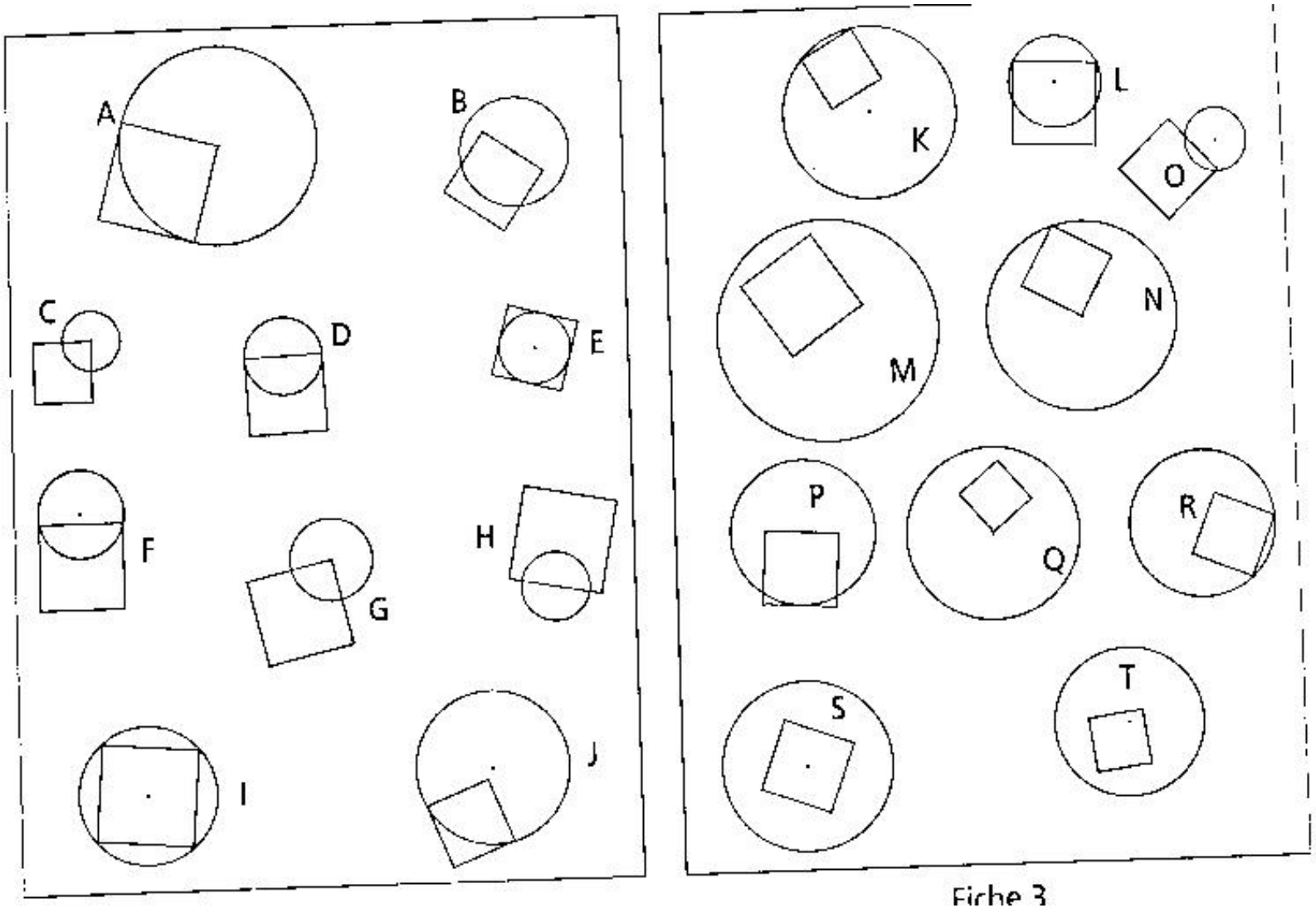
Décrire

Décrire un objet mathématique revient à en donner, sous différentes formes (écrites ou orales), des propriétés mathématiques permettant de l'identifier. Par essence, les activités liées à la description ont pour but de préciser le vocabulaire, de lui donner du sens.

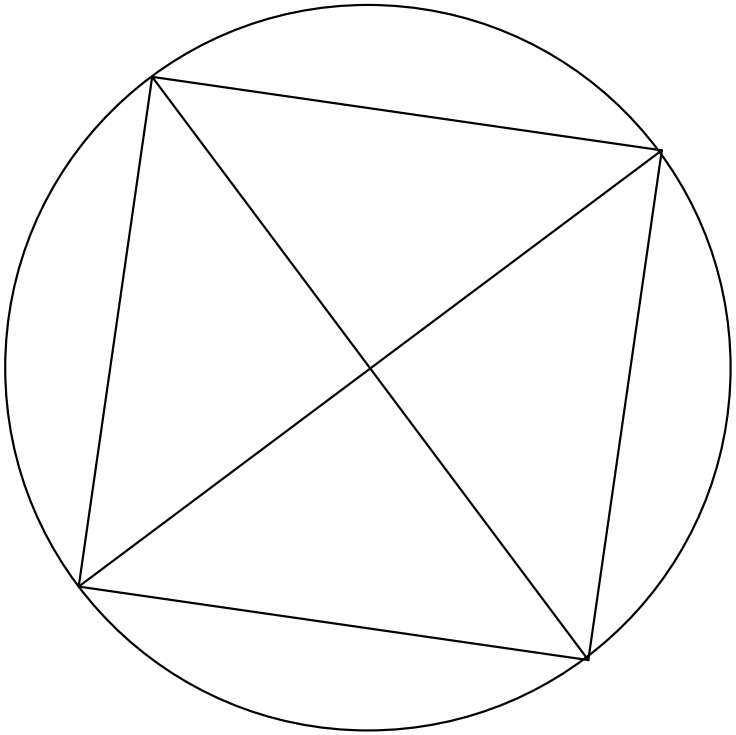
Pourquoi décrire un objet mathématique ?

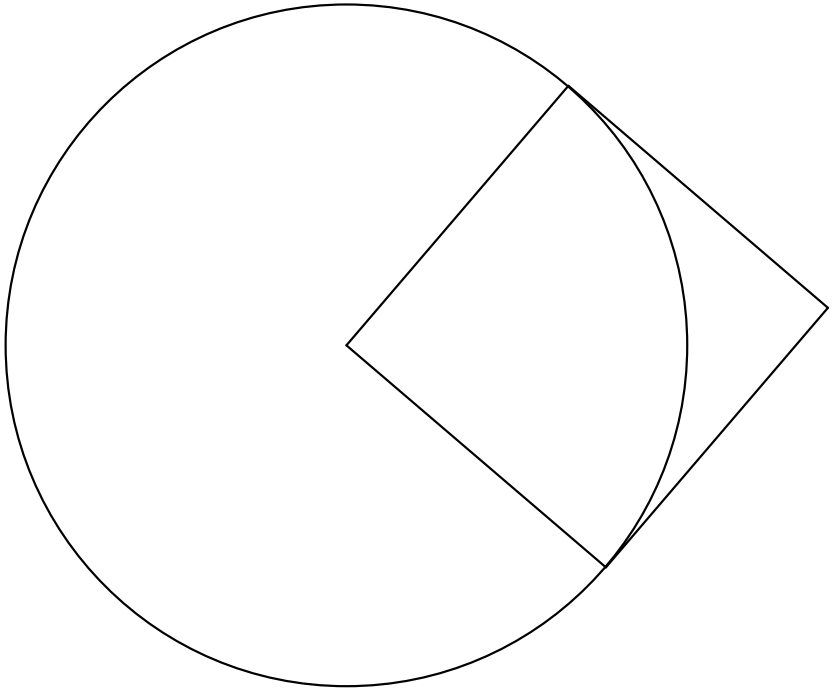
- Pour le reconnaître parmi d'autres « ressemblants » ou pas
- Pour pouvoir le construire
- Pour pouvoir le représenter

Biblio : Ermel Cycle 3 Apprentissages géométriques et résolutions de problèmes ; p.390



Fiche 3





Activités : le jeu du portrait, les jeux d'émission-réception, ...

Biblio : Muriel Fénichel, Marcelle Pauvert, Nathalie Pfaff, Donner du sens aux mathématiques. Tome 1 Espace et Géométrie (voir p.170 pour les verbes d'actions et sinon de multiples activités).

Calculer

Calculer, c'est opérer sur les nombres.

Calculer

Calculer, c'est opérer sur les nombres.

En géométrie aussi, on calcule. On « calcule » sur des grandeurs des périmètres, des aires, des volumes, des angles,...

Calculer

Calculer, c'est opérer sur les nombres.

En géométrie aussi, on calcule. On « calcule » sur des grandeurs des périmètres, des aires, des volumes, des angles,...

Rappel : du côté du cycle III, en sus des contenus classiques, sont maintenant aux programmes 2008 : calculer la longueur d'un cercle, calculer l'aire d'un triangle.

Reproduire

Reproduire une figure géométrique, c'est en réaliser une copie « à l'identique ou semblable » à partir d'un modèle.

Reproduire

Reproduire une figure géométrique, c'est en réaliser une copie « à l'identique ou semblable » à partir d'un modèle.

Pourquoi reproduire un objet ?

Reproduire

Reproduire une figure géométrique, c'est en réaliser une copie « à l'identique ou semblable » à partir d'un modèle.

Pourquoi reproduire un objet ?

- Pour se familiariser avec le maniement des instruments
- Pour valider le degré de conformité des productions avec l'original
- Pour enrichir le concept de la figure en question (cf. rectangle)

Activité : Euromath CM2 p.73

25

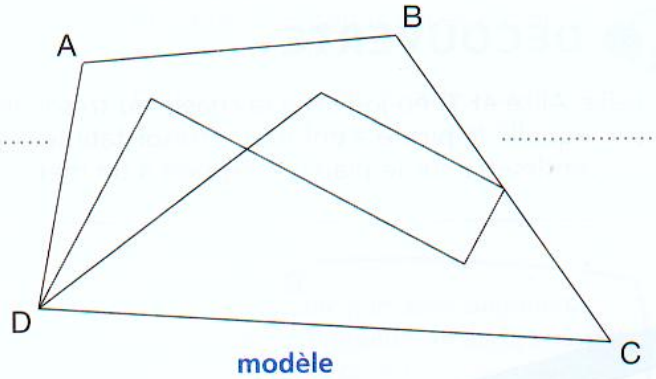
CALCUL MENTAL
Le professeur écrit deux nombres décimaux, les élèves écrivent le plus grand (ou le plus petit). Reprendre en disant les nombres sans les écrire.

Reproduction, restauration de figures

Objectif : identifier des propriétés d'alignement, de milieu, de perpendicularité ou de parallélisme pour restaurer des figures à partir de certains éléments.

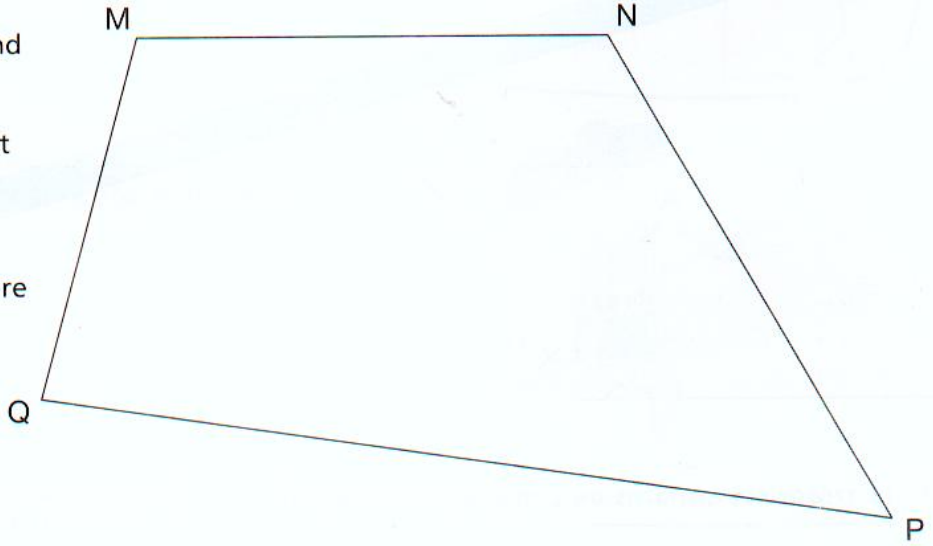
DÉCOUVERTE

1 Il faut reproduire la figure modèle en décalquant seulement le quadrilatère ABCD.
Cherche les propriétés de la figure modèle qui vont te permettre de terminer la reproduction.



2 Il faut maintenant construire en plus grand une figure semblable à la figure modèle.
Qwang a déjà construit le quadrilatère MNPQ en agrandissant le quadrilatère ABCD.

Décalque le quadrilatère MNPQ et termine la construction.



Reproduction (suite)

La reproduction d'une figure complexe sur du papier blanc avec des instruments classiques peut nécessiter de passer par les étapes suivantes

Reproduction (suite)

La reproduction d'une figure complexe sur du papier blanc avec des instruments classiques peut nécessiter de passer par les étapes suivantes

1. Repérer dans la figure des représentations d'objets ou relations élémentaires (figures de base)

Reproduction (suite)

La reproduction d'une figure complexe sur du papier blanc avec des instruments classiques peut nécessiter de passer par les étapes suivantes

1. Repérer dans la figure des représentations d'objets ou relations élémentaires (figures de base)
2. Repérer des liens entre ces différentes figures de base

Reproduction (suite)

La reproduction d'une figure complexe sur du papier blanc avec des instruments classiques peut nécessiter de passer par les étapes suivantes

1. Repérer dans la figure des représentations d'objets ou relations élémentaires (figures de base)
2. Repérer des liens entre ces différentes figures de base
3. Définir une chronologie pour l'exécution des différents tracés

Reproduction (suite)

La reproduction d'une figure complexe sur du papier blanc avec des instruments classiques peut nécessiter de passer par les étapes suivantes

1. Repérer dans la figure des représentations d'objets ou relations élémentaires (figures de base)
2. Repérer des liens entre ces différentes figures de base
3. Définir une chronologie pour l'exécution des différents tracés
4. Exécuter les tracés

Reproduction (suite)

La reproduction d'une figure complexe sur du papier blanc avec des instruments classiques peut nécessiter de passer par les étapes suivantes

1. Repérer dans la figure des représentations d'objets ou relations élémentaires (figures de base)
2. Repérer des liens entre ces différentes figures de base
3. Définir une chronologie pour l'exécution des différents tracés
4. Exécuter les tracés

Question : quelles sont les variables didactiques de la situation ?

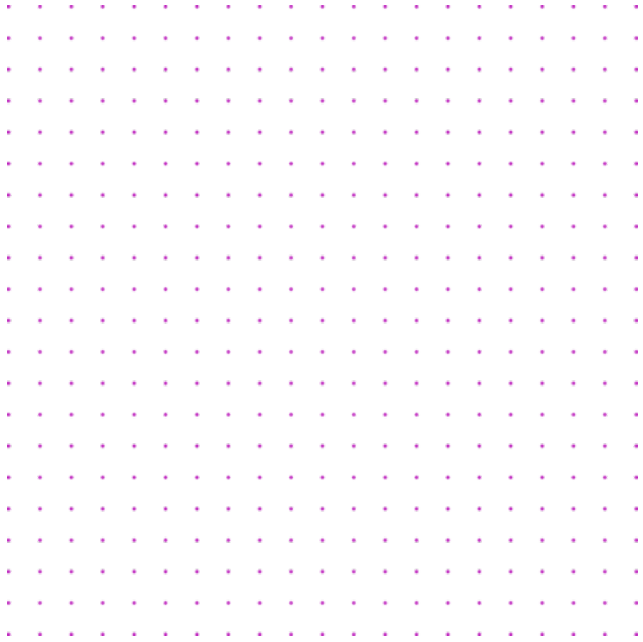
Variables didactique de la reproduction

1. La complexité de la figure
2. Les instruments à disposition
3. Les techniques de reproduction
4. Le support de la reproduction
5. On peut aussi commencer par compléter une figure (surtout en préalable aux activités de tracés mais aussi dans des activités de reproductions d'assemblages complexes)

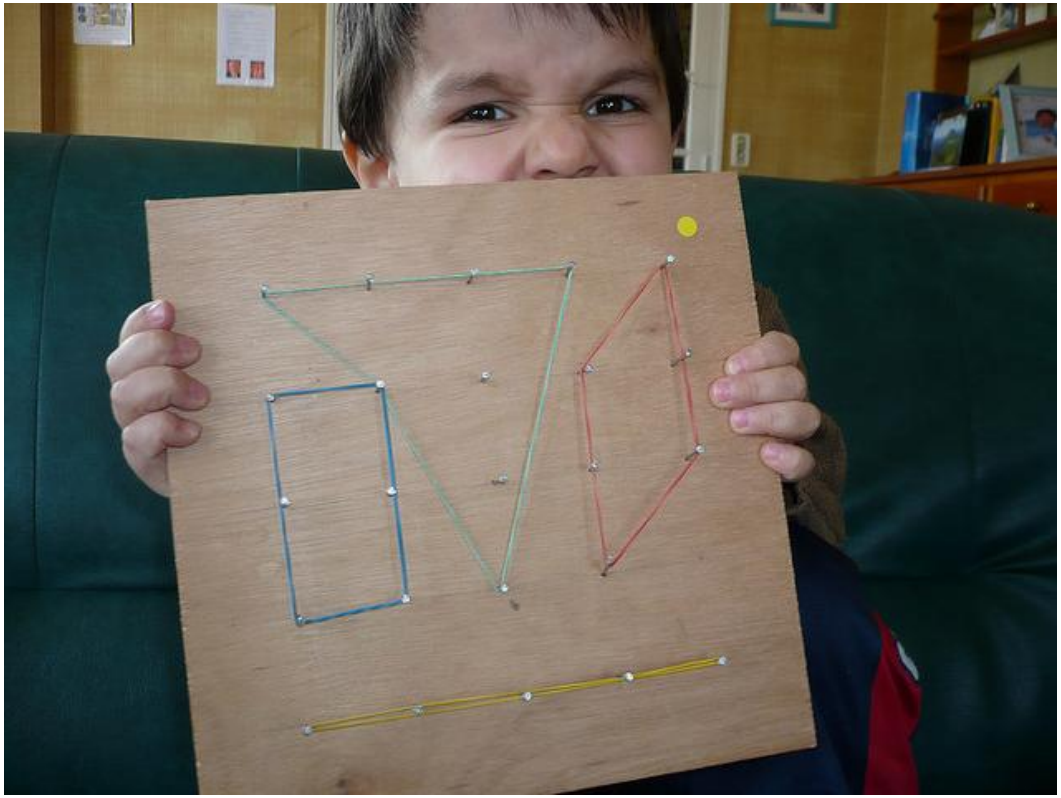
Complexité de la figure

On peut choisir uniquement des figures simples (là encore, sur papier uni, c'est trop complexe) et les reproduire sur

- du papier pointé



- un support type « planche à clous » (géoplan)



Support et technique

Si le support est quadrillé, la figure peut être plus complexe

Support et technique

Si le support est quadrillé, la figure peut être plus complexe

On peut proposer de reproduire une figure complexe à l'aide de gabarits, de formes de base à découper, de formographe, de papier calque...

Support et technique

Si le support est quadrillé, la figure peut être plus complexe

On peut proposer de reproduire une figure complexe à l'aide de gabarits, de formes de base à découper, de formographe, de papier calque...

Dans ce cas, le travail n'est plus axé sur les propriétés des figures mais sur la reconnaissance des figures de base, leurs incidences et leurs orientations

Représenter

Représenter un objet mathématique, c'est chercher, toujours à l'aide de procédés ou de « techniques » (conventionnelles ou pas) des propriétés de l'objet en question.

Représenter

Représenter un objet mathématique, c'est chercher, toujours à l'aide de procédés ou de « techniques » (conventionnelles ou pas) des propriétés de l'objet en question.

Par définition, toute représentation est « mutilante » : on perd des informations.

Représenter

Représenter un objet mathématique, c'est chercher, toujours à l'aide de procédés ou de « techniques » (conventionnelles ou pas) des propriétés de l'objet en question.

Par définition, toute représentation est « mutilante » : on perd des informations.

Toujours par définition, une représentation dépend du problème étudié.

Représenter

Représenter un objet mathématique, c'est chercher, toujours à l'aide de procédés ou de « techniques » (conventionnelles ou pas) des propriétés de l'objet en question.

Par définition, toute représentation est « mutilante » : on perd des informations.

Toujours par définition, une représentation dépend du problème étudié.

Pourquoi représenter un objet ? Pour mettre en évidence certaines propriétés par rapport aux autres et pour mettre en évidence différentes façons de « voir » l'objet étudié.
Activités : « Donner du sens au mathématiques. » p.239-240
Représenter un solide par ses patrons.

Construire

Verbe d'action « fondamental » pour Euclide qui s'est intéressé, entre autre, aux problèmes généraux de constructions « à la règle et au compas ».

Construire

Verbe d'action « fondamental » pour Euclide qui s'est intéressé, entre autre, aux problèmes généraux de constructions « à la règle et au compas ».

Dans le plan, on construit un objet ou une figure à partir d'une description ou d'un protocole de construction, avec des contraintes liées par exemple aux instruments autorisés.

Construire

Verbe d'action « fondamental » pour Euclide qui s'est intéressé, entre autre, aux problèmes généraux de constructions « à la règle et au compas ».

Dans le plan, on construit un objet ou une figure à partir d'une description ou d'un protocole de construction, avec des contraintes liées par exemple aux instruments autorisés.

Pourquoi construire un objet mathématique ?

- Pour utiliser les instruments et montrer leurs forces et faiblesses.
- Pour donner du sens aux activités liées aux descriptions, représentations, reproductions.

Dessiner

Dessiner, c'est tracer à main levée une représentation.

Dessiner

Dessiner, c'est tracer à main levée une représentation.

Il est nécessaire d'accepter beaucoup d'imprécisions.

Dessiner

Dessiner, c'est tracer à main levée une représentation.

Il est nécessaire d'accepter beaucoup d'imprécisions.

Pourquoi dessiner un objet mathématique ?

Dessiner

Dessiner, c'est tracer à main levée une représentation.

Il est nécessaire d'accepter beaucoup d'imprécisions.

Pourquoi dessiner un objet mathématique ?

- Pour visualiser une première représentation
- Pour éviter les difficultés techniques du maniement des outils

Reconnaître

Reconnaître, c'est avant tout connaître et pour connaître, il faut avoir vécu des rencontres nombreuses et variées.

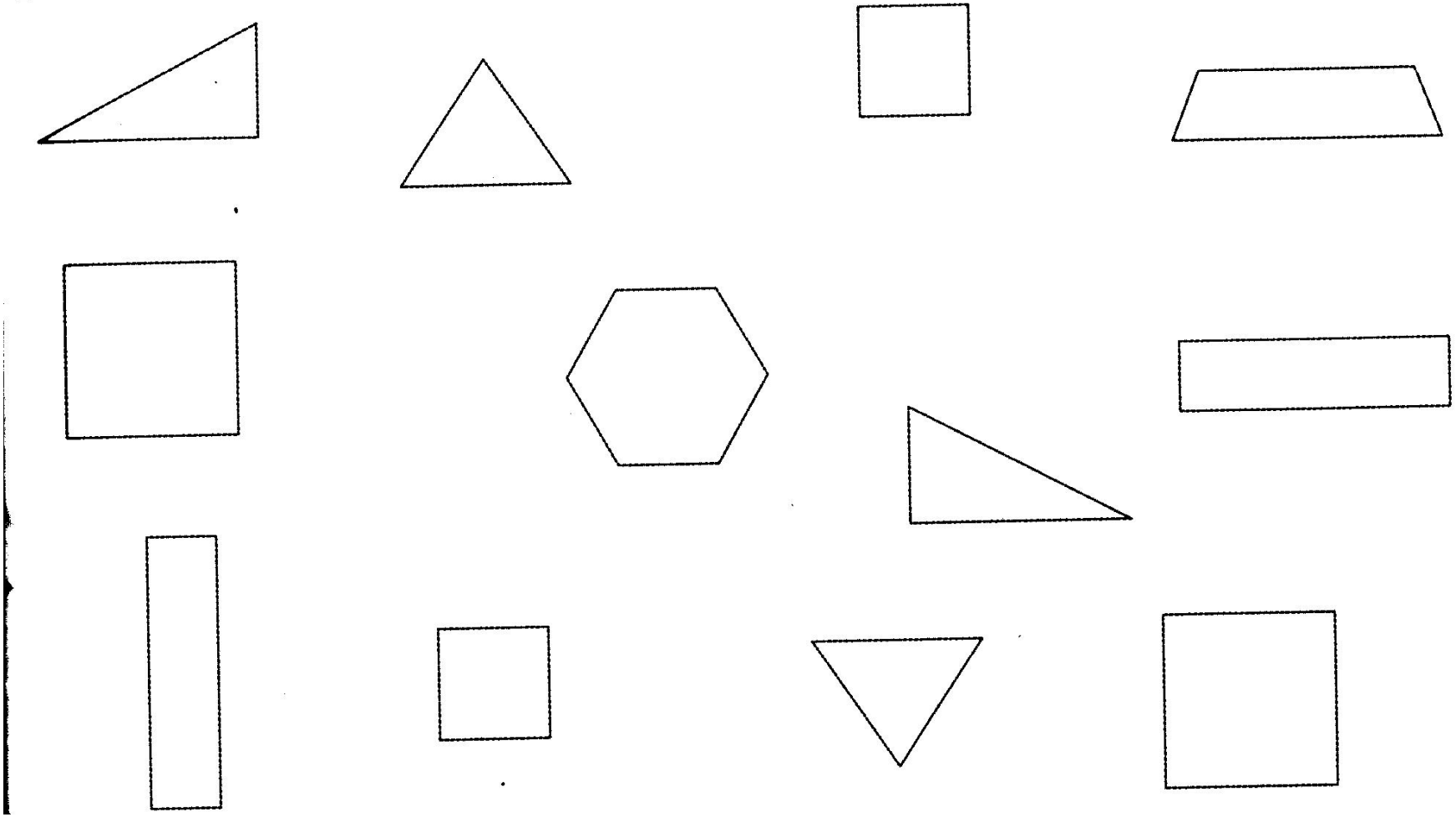
Différents niveaux de reconnaissance !

3 activités : 2 pièges

- Activité 1 : Tous en Maths CP, Nathan, 2010
- Activité 2 : Cap maths CP, Hatier, 2005
- Activité 3 : Euro maths CP, Hatier, 2006

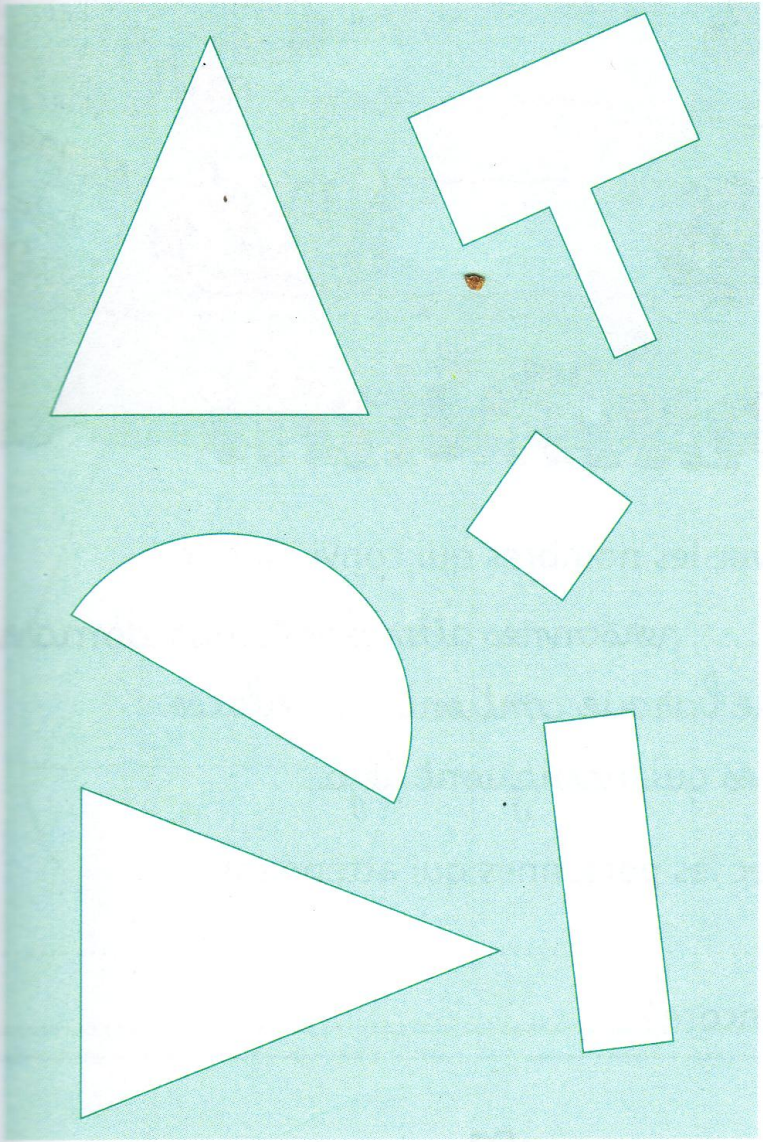
Activité 1

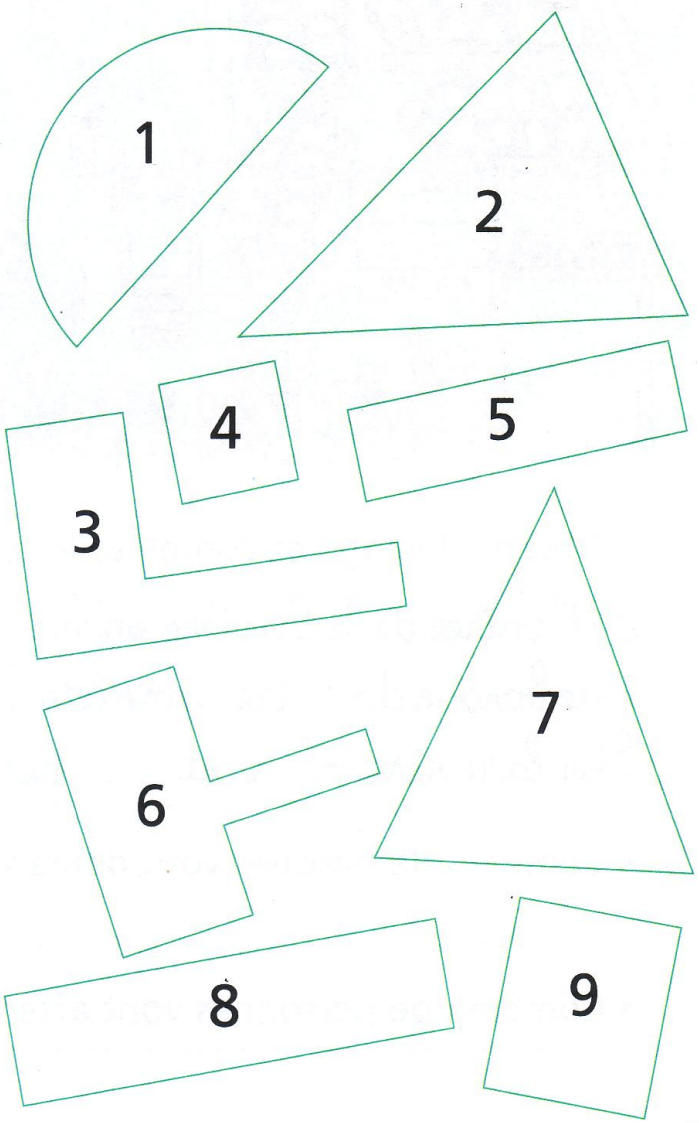
1 **Colorie** d'une même couleur les formes identiques.



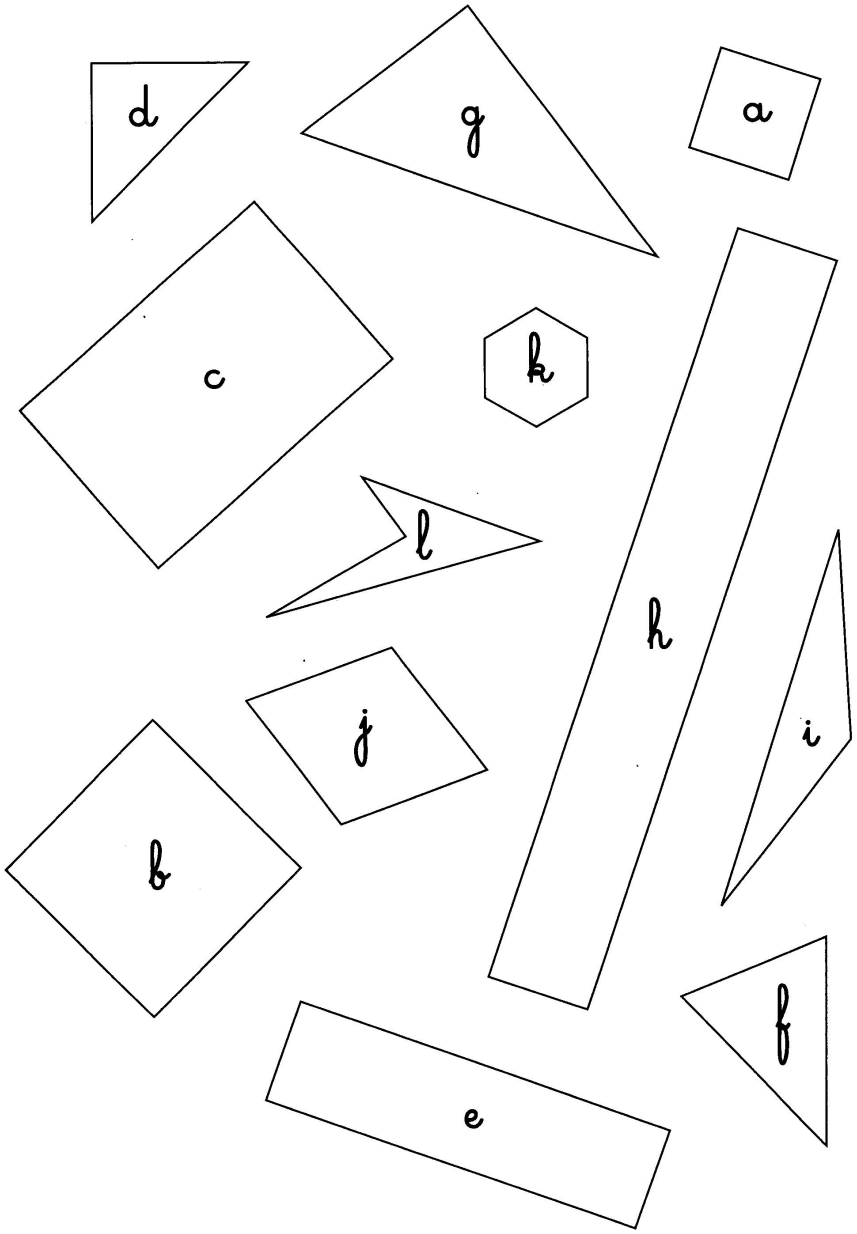
Activité 2

1 Retrouve les pièces qui manquent dans le puzzle. Indique leur numéro à la place qui convient. Vérifie avec ton matériel.





Activité 3



Reconnaître 2

Reconnaître, c'est d'abord identifier visuellement des formes superposables : c'est-à-dire avoir la capacité de faire pivoter mentalement des représentations pour les comparer.

Mais encore : les activités suivantes enrichissent le sens de « reconnaitre ».

Figure complexe

Modèle X

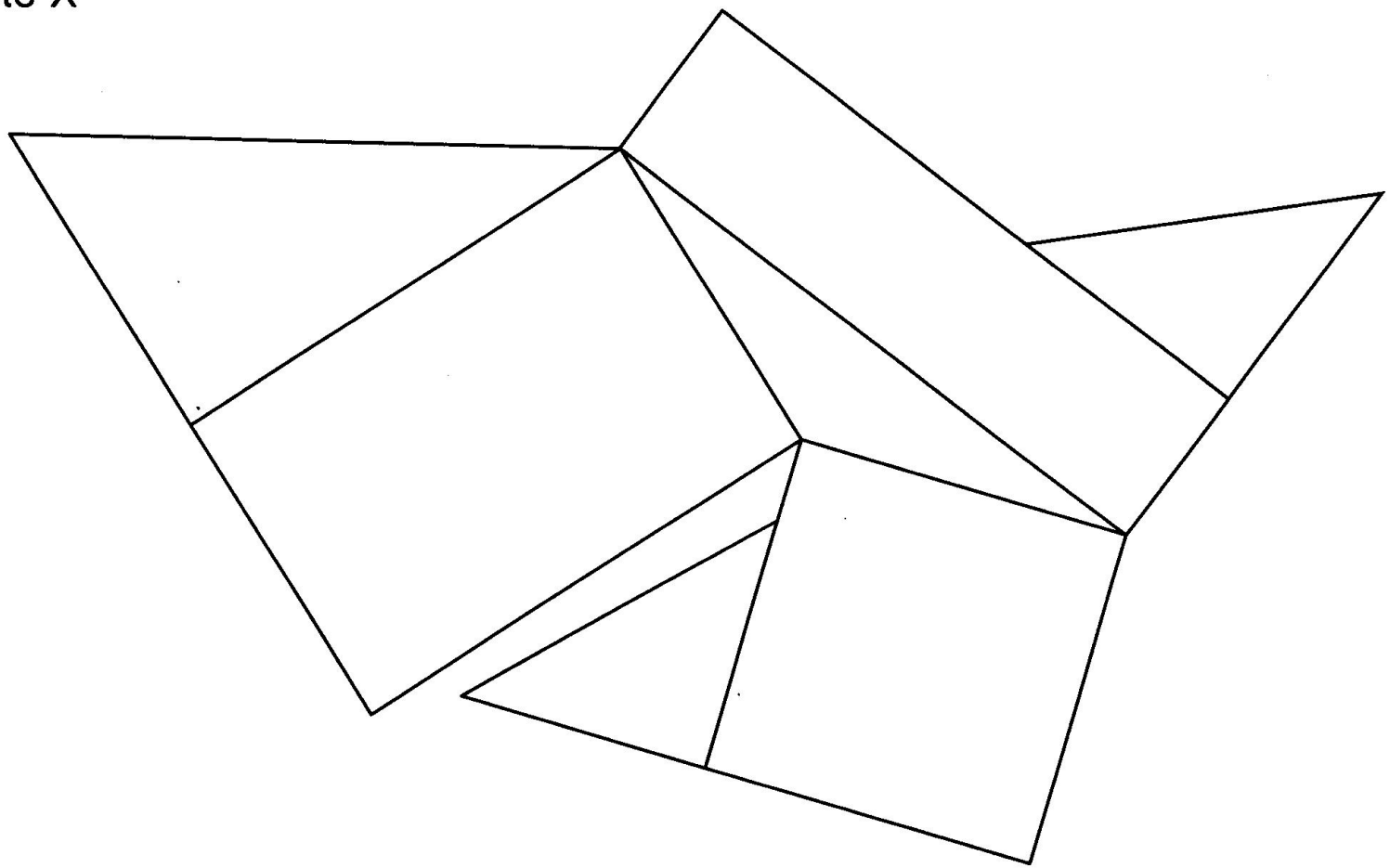
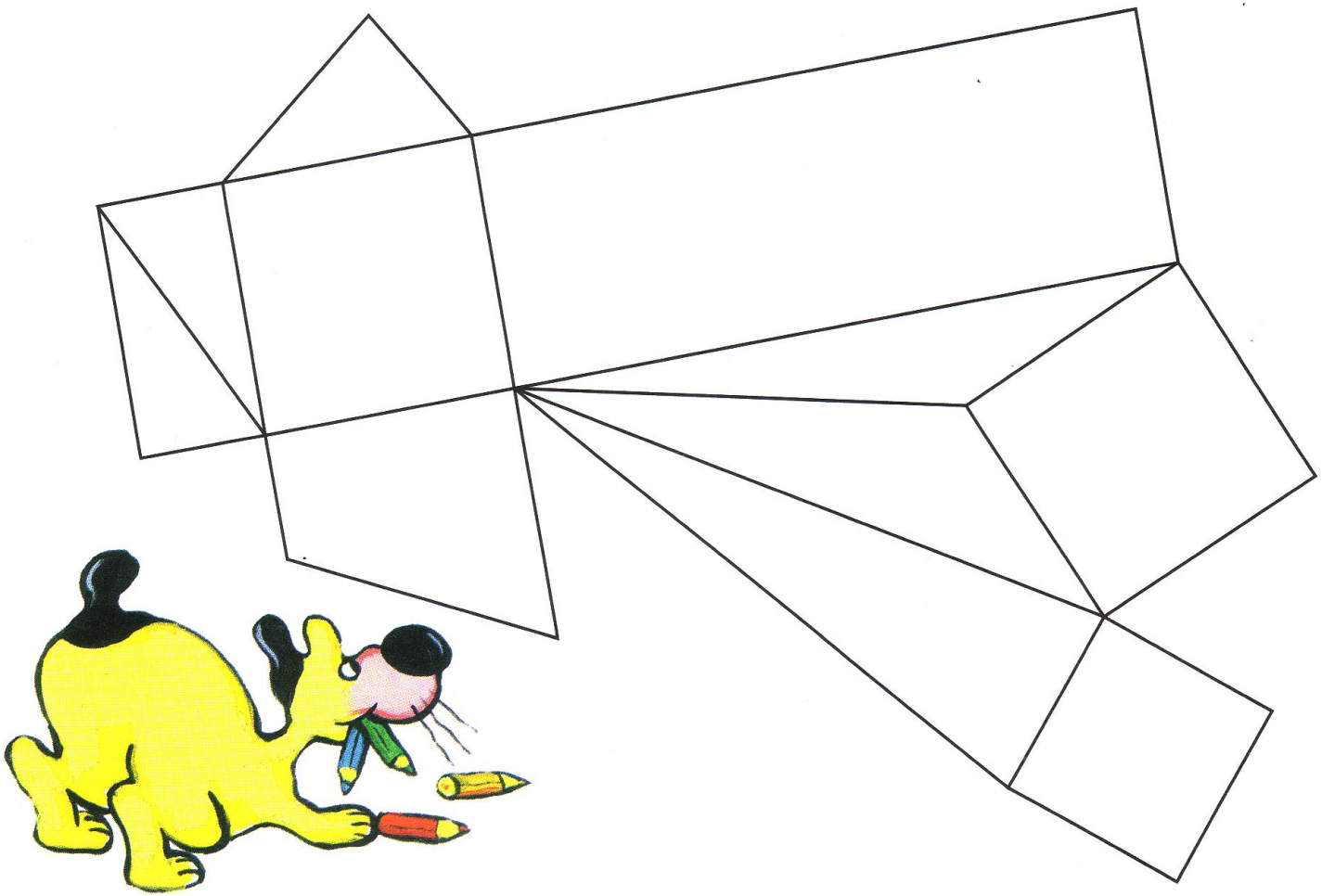


Figure complexe

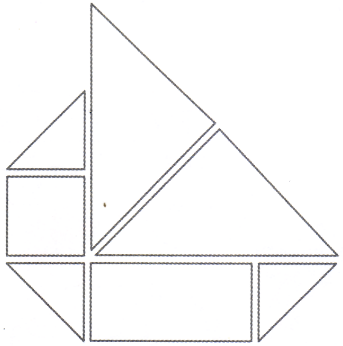
2 **Colorie** en respectant les couleurs de chaque forme.

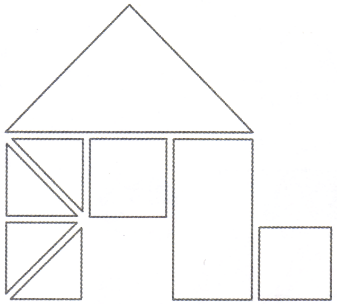
triangle ● carré ● rectangle ● autre forme ●



Des figures superposées

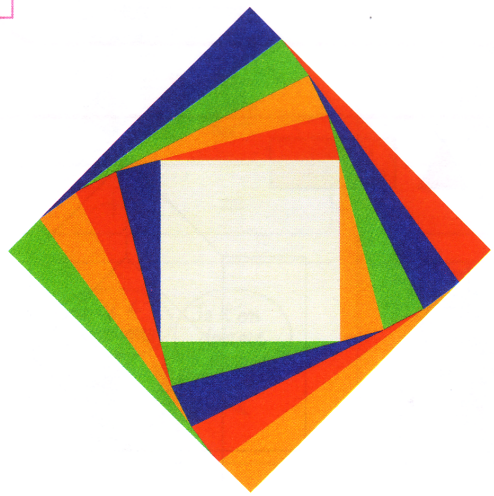
1 **Colorie** selon les couleurs indiquées.





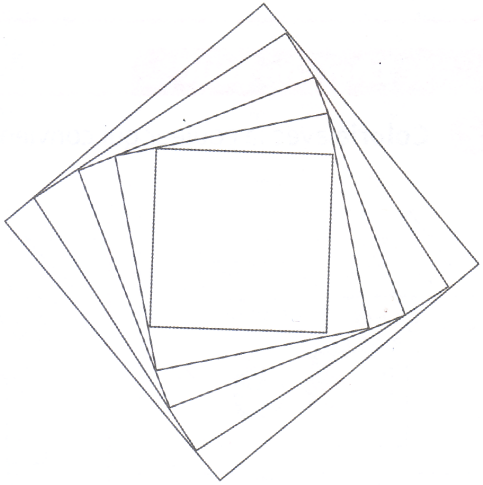
2 **Combien** vois-tu de triangles dans ce tableau de Max Bill ?

.....



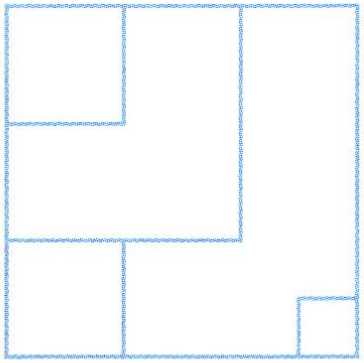
« Quatre couleurs autour du blanc » 1972, Max Bill.

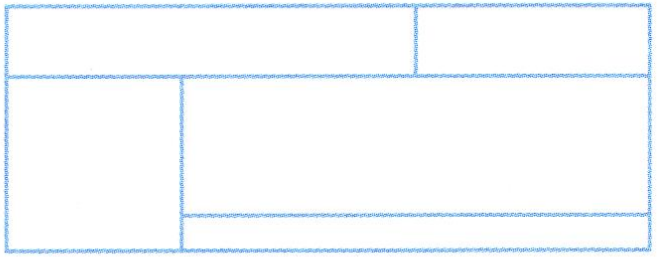
3 Dans ce dessin il y a 5 carrés posés les uns sur les autres. **Colorie**-les en partant du plus petit.



Des figures superposées

4 Combien vois-tu :





de carrés ? .....

de rectangles ? .....

Matériel : La moisson des formes

Reconnaître 3 (et fin)

Reconnaître c'est :

1. Identifier des figures superposables
2. Avoir enrichi les concepts de « carré » , de « triangle » et de « rectangle », c'est-à-dire connaître les attributs essentiels de ces concepts au niveau perceptif (et non au niveau des propriétés) : on parle de reconnaissance perceptive globale
3. Identifier ces figures simples dans des figures complexes