

ESPE Centre Val de Loire

M2 UE 31 EC2 — Parcours maternelle

3 septembre 2015

Analyse du programme

Deux parties

- ① Une transversale
- ② Une sur les contenus

Analyse du programme

Deux parties

- ① Une transversale
- ② Une sur les contenus

Grille d'analyse

- ① Partie 1 : là où je vois des maths
- ② Partie 2 : analyse didactique

Analyse du programme

Deux parties

- ① Une transversale
- ② Une sur les contenus

Grille d'analyse

- ① Partie 1 : là où je vois des maths
- ② Partie 2 : analyse didactique

en rouge : les citations du programme

Chapeau

une école juste pour tous et exigeante pour chacun

→ différenciation

donner envie aux enfants d'aller à l'école pour apprendre

tous les enfants sont capables d'apprendre et de progresser

→ même en math :-)

1.4 évaluation : elle repose sur une observation attentive et une interprétation de ce chaque enfant dit ou fait → en math : ce n'est pas le résultat qui compte (procédure, compréhension, argumentation, philo)

2. Modalités d'apprentissage

- ① Jeu : de construction et de manipulation, collectif, de société, fabriqué, inventé, structuré visant explicitement des apprentissages spécifiques

Biblio : Champdavoine, « Les mathématiques par les jeux, PS-MS, GS » et « 17 jeux mathématiques en PS,MS,GS »

Jouer/manipuler n'est pas apprendre ! Les sept malentendus capitaux R. Goigoux

- ② Résolution de problèmes/ ils tâtonnent et font des essais

Citation – Guy Brousseau. Théorie des situations didactiques p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*



Temps long

2. Modalités d'apprentissage

- ③ situations d'entraînement, d'auto-entraînement,
d'automatisation

oubli de 2002

La stabilisation des apprentissages nécessite de nombreuses répétitions dans des conditions variées.

2. Modalités d'apprentissage

- ③ situations d'entraînement, d'auto-entraînement, d'automatisation oubli de 2002

La stabilisation des apprentissages nécessite de nombreuses répétitions dans des conditions variées.

- ④ Les fiches bannies ! Dans tous les cas, les situations inscrites dans un vécu commun sont préférables aux exercices formels proposés sous forme de fiches.

3. Vivre ensemble

- ① Il incite à coopérer, à s'engager dans l'effort, à persévérer grâce à des encouragements et à l'aide de ses pairs Les maths, c'est dur ! Donc il faut en faire.
- ② La fonction des différents espaces dans la classe

3. Vivre ensemble

- ① Il incite à coopérer, à s'engager dans l'effort, à persévérer grâce à des encouragements et à l'aide de ses pairs Les maths, c'est très très dur ! Donc il faut en faire beaucoup beaucoup (plasticité et mémoire).
- ② La fonction des différents espaces dans la classe

Un absent : les rituels

Seulement trois occurrences dans le programme et une seule fois en lien avec des apprentissages « scientifiques (arts) »
Sinon structuration du temps et vivre ensemble.

Ouf ! Fin du sempiternel comptage des enfants ?

Rituels

- ❶ Compter les absents : décomposition
- ❷ Lucky Luke (on joue !)
- ❸ Comptine (Grenoble, Dijon, Créteil, Strasbourg)
L'enseignant anime des moments qui font clairement la
fonction de faire apprendre, notamment avec des comptines,
des chansons ou des poèmes.
- ❹ La mathéo

La météo

Version 1

L	Ma	Me	J	V	S	D
Temps	Temps	Temps	Temps	Temps	Temps	Temps

La météo

Version 1

L	Ma	Me	J	V	S	D
Temps	Temps	Temps	Temps	Temps	Temps	Temps

Version 2

	L	Ma	Me	J	V	S	D
Soleil							
Pluie							
Nuage							
...							

La mathéo

Des histogrammes/abaques (par quinzaine, par mois, par saison...)

6				
5				
4				
3				
2				
1				
	Soleil	Nuage	Pluie	Neige

On compare les différents types de temps, puis on compare les mois... Tiens des activités de rangement qui arrivent !



Voir dans Concertum Tome 1

Cinq domaines d'apprentissage

- 1 Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions. (les maths jouent)
- 2 Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique (les maths jouent un peu → agir sur et avec des objets de tailles, formes ou poids différents, grandeur, polyèdre)
- 3 Agir, s'exprimer, comprendre à travers les activités artistiques (les maths peuvent jouer → les superpositions, les juxtapositions)
- 4 Construire les premiers outils pour structurer sa pensée (ce sont les maths)
- 5 Explorer le monde (les maths jouent)

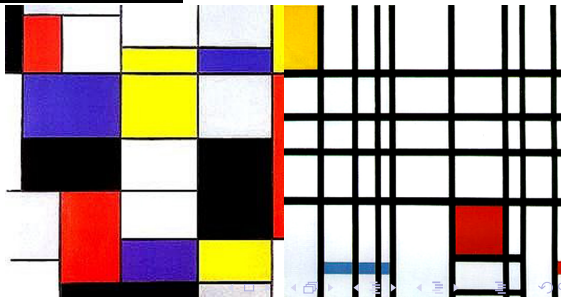
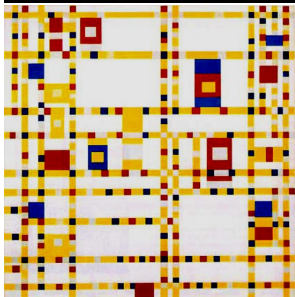
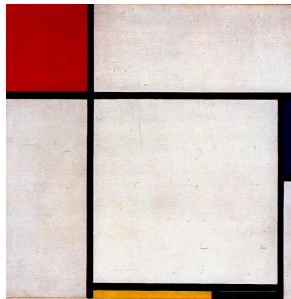
Max Bill



100
Olympische Spiele München 1972



Piet Mondrian



Vassily Kandinsky



Paul Klee



Delaunay



Le nombre : une notion très dure à enseigner

Cette fois, c'est parti !

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !
C'est donc abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction !

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !
C'est donc **très très très** abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction ! C'est quoi une couleur ? Par exemple, le rouge ?

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !
C'est donc **très très très** abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction ! C'est quoi une couleur ? Par exemple, le rouge ?

Britt-Mary Barth : « l'apprentissage de l'abstraction » Fiche de lecture

Le nombre

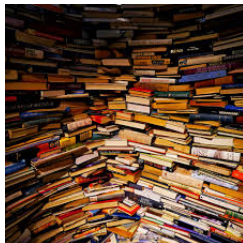
Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !
C'est donc **très très très** abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction ! C'est quoi une couleur ? Par exemple, le rouge ?

Britt-Mary Barth : « l'apprentissage de l'abstraction » Fiche de lecture

⇒ rencontres multiples et variées

Livre



Rouge



Rouge



⇒ Rouge est la propriété commune à tous les objets qui sont rouges!!!

Et 4 alors ?

4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4 !

Et 4 alors ?

4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4! **NON!!!!**

Et 4 alors ?

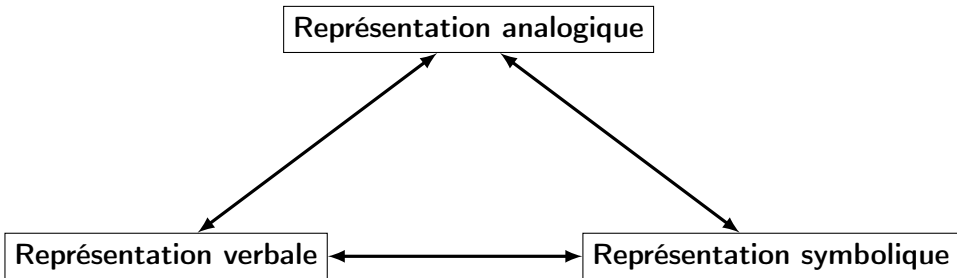
4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4! **NON!!!!**

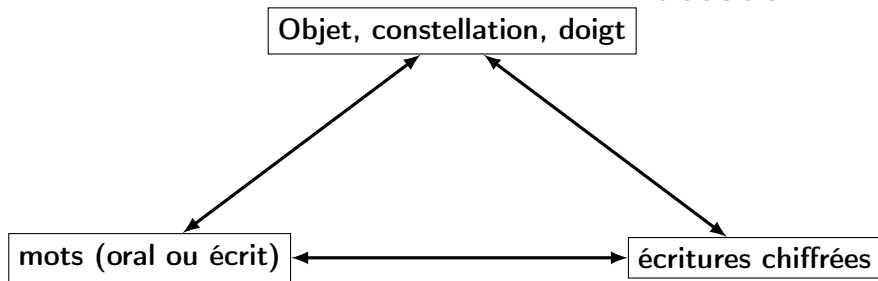
4 est liée aux autres nombres : 4 se décompose en 2 et 2 ou en 2, 1 et 1 ou en 3 et 1 ou en 5 – 1...

Représentations multiples : le coup du chien

Représentations multiples : le coup du chien



En décodé

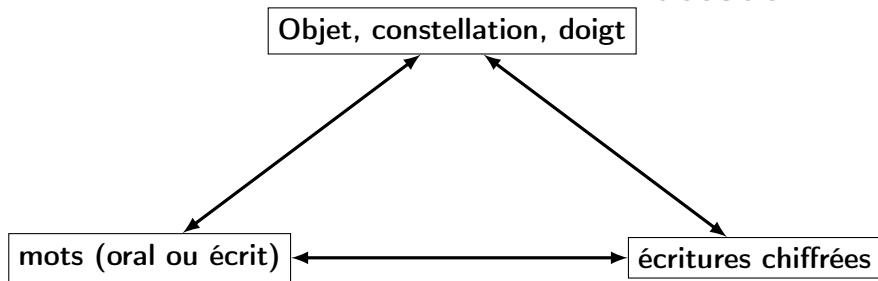


Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle) !

20000 ans d'histoires, traitement dans chaque code ; suivre les flèches, 13-4 : compter devient calculer, les maths en général = pb de représentation, resol pb cycle 2 : il faut changer, [se construire des images mentales](#), chiffre VS nombre, frise numérique).

La contruction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement.

En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle) !

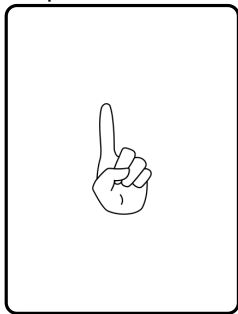
20000 ans d'histoires, traitement dans chaque code ; suivre les flèches, 13-4 : compter devient calculer, les maths en général = pb de représentation, resol pb cycle 2 : il faut changer, [se construire des images mentales](#), chiffre VS nombre, frise numérique).

La contruction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement.

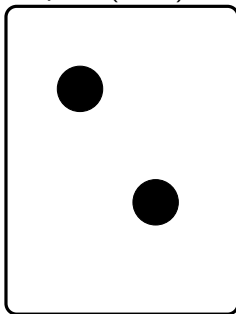
Le point de vue du matheux : enjeu numéro 1, le passage de l'un à l'autre (DANS LES 2 SENS) est transparent.

Des jeux : batailles/dominos/dés

Étape 1



Étape 1 (suite)

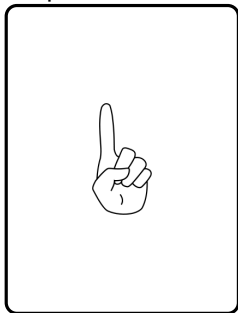


Étape 1 : on joue avec des jeux séparés : les doigts d'un côté, les constellations (standards ou non) de l'autre.

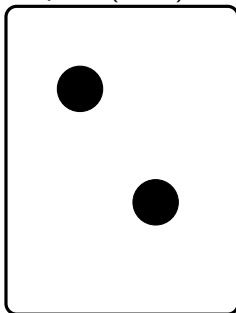
Étape 2 : on réunit les jeux : objectif forcer le changement de représentation.

Des jeux : batailles/dominos/dés

Étape 1



Étape 1 (suite)



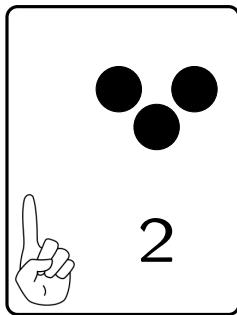
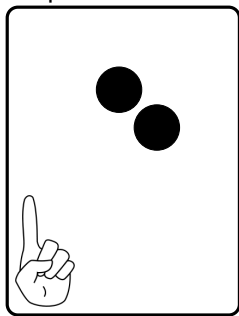
Étape 1 : on joue avec des jeux séparés : les doigts d'un côté, les constellations (standards ou non) de l'autre.

Étape 2 : on réunit les jeux : objectif forcer le changement de représentation.

Piège : Attention à la couleur

Toujours des jeux

Étape 3



Étape 3, on joue avec des cartes qui utilisent **sur la même carte** plusieurs représentations. Pas d'urgence sur la représentation chiffrée !

On n'oublie pas les jeux où il faut dire le nom de la carte.

Bilan

Le nombre : difficile à enseigner car

- ❶ Plusieurs représentations → beaucoup d'activités variées à faire (presque 2 pages du programme))
- ❷ Plusieurs sens (imbriqués)
 - Numéral (numéro → n'a rien à voir avec le nombre!!!)
 - Ordinal (exprime un rang ou un positionnement dans une liste)
 - Cardinal (exprimer des quantités)
- ❸ De nombreuses compétences complémentaires à travailler

Confusion sur le sens courant des mots et le sens didactique.

Le nombre comme mesure d'une quantité : dénombrement

Comment fait-on pour dénombrer ?

Au fait, ça veut dire quoi dénombrer ?

Le nombre comme mesure d'une quantité : dénombrement

Comment fait-on pour dénombrer ?

Au fait, ça veut dire quoi dénombrer ?

Dénombrer = Déterminer le nombre d'éléments d'une collection.

Comment on dénombre ?

Brissiaud p.22

- Identifier la collection et créer les unités numériques.
- Énumérer les unités
- Totaliser la collection

Créer les unités



Baruk, catégoriser, mettre ensemble ce qui va ensemble → consigne

Énumérer

Énumérer

Énumérer : c'est passer en revue une et une seule fois les éléments d'une collection.

Apparaît dans les programmes 2015

Complètement indépendant de la notion de nombres (Margolinas)

DVD : Apprentissages mathématiques à la maternelle.



Allumettes 1

Allumettes 2



Allumettes 3

Suite

Suite



Voir aussi Grand \mathbb{N} numéro 66. Article de Joël Briand

Suite



Voir aussi Grand \mathbb{N} numéro 66. Article de Joël Briand

La suite : voir Grand \mathbb{N} numéro 63. Article Henri-Claude Argaud
(espace)

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ?

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ? Comment avez-vous fait ?

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ? Comment avez-vous fait ?

(trompe-éléphant, double sens de 2 : cardinal VS numéral,

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ? Comment avez-vous fait ?

(trompe-éléphant, double sens de 2 : cardinal VS numéral, un-un-un **itération de l'unité**, un VS un, singulier/pluriel (Brissiaud p.12)).

Le programme

Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main).

Le subitizing

Subitizing : perception immédiate

Un outil pour « contourner » l'énumération sur les petites quantités (de 1 à 3) !

Attention 1,2,3 ne se voient pas (Brissiaud p.36 poule-canard)

Totaliser les unités : les décompositions

Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités

Au cycle 1, la construction des quantité jusqu'à dix est essentielle, La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre, utilisation des doigts (cerveau)

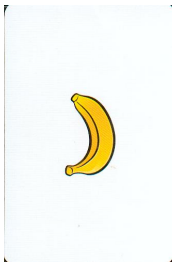
Attention aux fausses réussites :

- Par le comptage : 1,2,3,4,4
- Par copie de procédure...

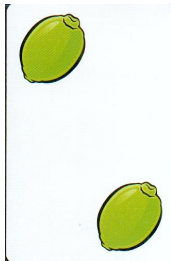
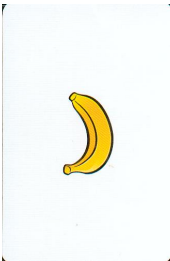
Exemples

- ① Lucky Luke
- ② Greli-grelo (Ermel GS p.154)
- ③ Le gobelet
- ④ Halli Galli

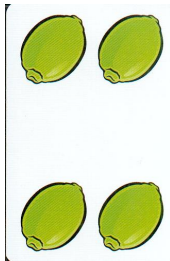
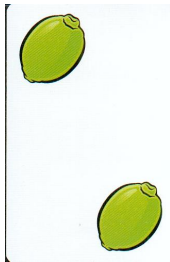
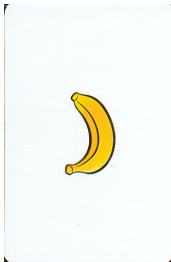
Halli-Galli



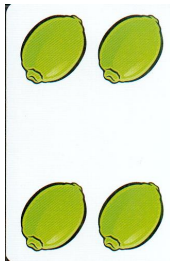
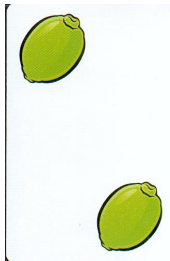
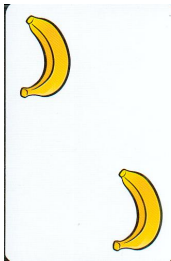
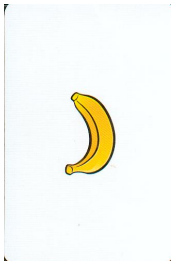
Halli-Galli



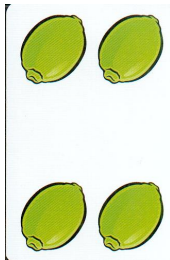
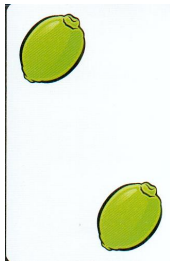
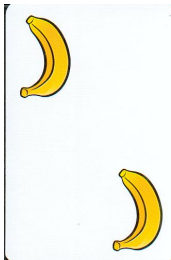
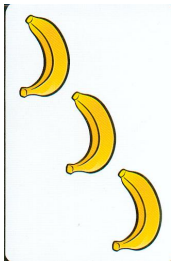
Halli-Galli



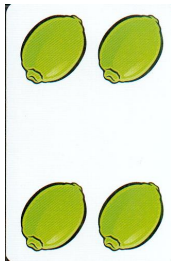
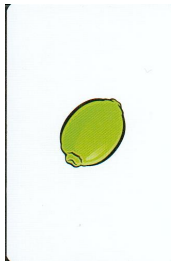
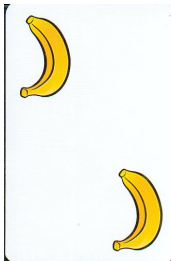
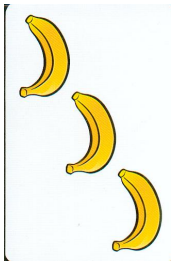
Halli-Galli



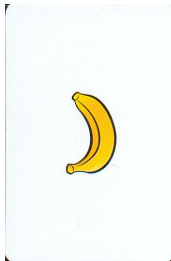
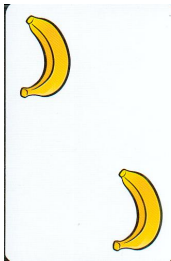
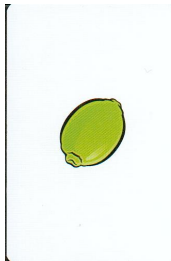
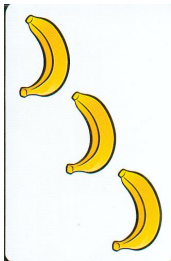
Halli-Galli



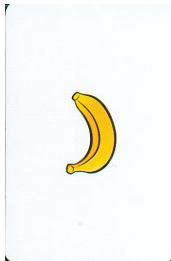
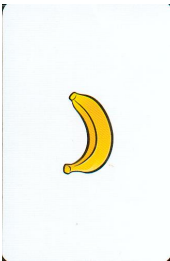
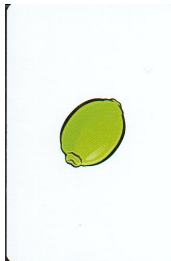
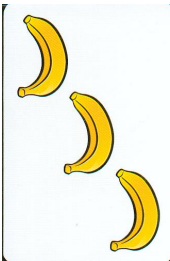
Halli-Galli



Halli-Galli



Halli-Galli



Bilan : petite quantité

Brissiaud : « Il n'est pas du tout exagéré de considérer que l'échec en arithmétique élémentaire prend souvent sa source à l'école maternelle et, même, très souvent, dans les classes de petite et moyenne sections. Et c'est vraisemblablement un accès insuffisant aux **décompositions** des nombres qui est la raison profonde du défaut de compréhension du dénombrement qu'on observe chez les élèves. »

Voir aussi Fayol (p.7)

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires et parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés.

La comptine numérique

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant la GS ! En tout cas, certainement pas à dénombrer.

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant la GS ! En tout cas, certainement pas à dénombrer.

Étude de Fuson, Richards et Briars (1982). Autour de quatre ans, la chaîne numérique se décompose en trois parties :

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant la GS ! En tout cas, certainement pas à dénombrer.

Étude de Fuson, Richards et Briars (1982). Autour de quatre ans, la chaîne numérique se décompose en trois parties :

- ❶ la partie stable et conventionnelle : celle qu'il connaît comme les adultes
- ❷ la partie stable et non-conventionnelle : à chaque récitation, ce sont toujours les mêmes mots qui apparaissent dans le même ordre.
- ❸ la partie instable et non conventionnelle : une partie qui change à chaque récitation, pouvant inclure des lettres, répéter des nombres, etc.

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant la GS ! En tout cas, certainement pas à dénombrer.

Étude de Fuson, Richards et Briars (1982). Autour de quatre ans, la chaîne numérique se décompose en trois parties :

- ❶ la partie stable et conventionnelle : celle qu'il connaît comme les adultes
- ❷ la partie stable et non-conventionnelle : à chaque récitation, ce sont toujours les mêmes mots qui apparaissent dans le même ordre.
- ❸ la partie instable et non conventionnelle : une partie qui change à chaque récitation, pouvant inclure des lettres, répéter des nombres, etc.

Remarque La partie instable et non conventionnelle est parfois absente, notamment chez les enfants qui apprennent à compter sur les doigts. Cela peut être une difficulté pour l'enfant pour son apprentissage futur.

Connaître la comptine numérique

Selon la même étude : 5 niveaux de connaissances

Connaître la comptine numérique

Selon la même étude : 5 niveaux de connaissances

- le chapelet : il n'y a pas de signification arithmétique, un tout indifférencié : undeux trois quatre ; pas de dénombrement.

Connaître la comptine numérique

Selon la même étude : 5 niveaux de connaissances

- le chapelet : il n'y a pas de signification arithmétique, un tout indifférencié : undeux trois quatre ; pas de dénombrement.
- la chaîne insécable : l'enfant ne récite que depuis le début. Si on lui demande ce qu'il y a après 5, il commence à compter depuis 1 jusqu'à 6. Mais il peut compter jusqu'à X. On remarque une analogie avec l'alphabet : pour trouver la lettre après « h », par exemple, l'enfant récite l'alphabet depuis le début et répond, une fois arrivé à « h ». L'enfant peut dénombrer une collection. Si l'on rajoute un objet, il recommence également à compter depuis le début pour la dénombrer.

Connaître la comptine numérique

- la chaîne sécable : l'enfant peut compter jusqu'à X, à partir de X, de X à Y. On voit apparaître le début du comptage à rebours (3, 2, 1, 0). Il est difficile mais présent. L'enfant commence à dénombrer spontanément des collections, avec plus de facilité. Tous les enfants de 6 ans atteignent ce niveau, notamment du fait de la scolarisation. La caractéristique de ce niveau est l'apparition de la flexibilité (compter à partir de X, plus besoin de recommencer dès le début).

Connaître la comptine numérique

- la chaîne sécable : l'enfant peut compter jusqu'à X, à partir de X, de X à Y. On voit apparaître le début du comptage à rebours (3, 2, 1, 0). Il est difficile mais présent. L'enfant commence à dénombrer spontanément des collections, avec plus de facilité. Tous les enfants de 6 ans atteignent ce niveau, notamment du fait de la scolarisation. La caractéristique de ce niveau est l'apparition de la flexibilité (compter à partir de X, plus besoin de recommencer dès le début).
- la chaîne terminale : entre 6 et 7 ans, le CP uniformise les connaissances. Les mots deviennent des unités numériques, les enfants ont beaucoup d'entraînement, de consolidation des acquis. Le comptage vers l'avant progresse, ainsi que le comptage à rebours. Les processus automatiques se mettent en place et se consolident.

Connaître la comptine numérique

- la chaîne bidirectionnelle : la récitation se fait dans les deux sens (par bonds) et se maîtrise avec l'avancement en âge. Cela entraîne l'amélioration des capacités de soustraction et d'addition.

Entraîner la comptine

- Les comptines (Grenoble, Dijon, Créteil, Strasbourg)
- Plouf dans l'eau : TFM
- Le jeu du furet

Dénombrer

Les principes du dénombrement **par comptage** (R. Gelman, années 70) → Pas avant la GS

- ❶ le principe de la suite stable
- ❷ le principe d'indifférence de l'ordre : on peut compter dans n'importe quel ordre sans incidence dans le résultat
- ❸ le principe cardinal : c'est le dernier mot-nombre qui permet de repérer le nombre d'éléments.
- ❹ le principe de correspondance terme à terme (adéquation unique) : on associe **un** élément de la collection à **un** mot-nombre
- ❺ le principe d'abstraction : on peut dénombrer tout et n'importe quoi. Toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble. On peut compter un ensemble d'objets hétérogènes

Dénombrer

Les principes du dénombrement **par comptage** (R. Gelman, années 70) → Pas avant la GS

- ❶ le principe de la suite stable
- ❷ le principe d'indifférence de l'ordre : on peut compter dans n'importe quel ordre sans incidence dans le résultat
- ❸ le principe cardinal : c'est le dernier mot-nombre qui permet de repérer le nombre d'éléments.
- ❹ le principe de correspondance terme à terme (adéquation unique) : on associe **un** élément de la collection à **un** mot-nombre
- ❺ le principe d'abstraction : on peut dénombrer tout et n'importe quoi. Toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble. On peut compter un ensemble d'objets hétérogènes

Dénombrer sans compter

En PS-MS, on dénombre sans compter

- Le « subitizing » → perception immédiate
- Les quantités repères : constellation des dés, doigts, etc.

La comptine numérique pour comparer

Je compte, tu compares (Brissiaud p.71)

Connaître un nombre

Connaître 8, c'est

- ➊ PASSER de l'écriture chiffrée « 8 » à des représentations analogiques (doigts, constellations) et inversement
- ➋ PASSER du mot oral « huit » à l'écriture chiffrée et inversement
- ➌ PASSER du mot oral « huit » à des représentations analogiques et inversement
- ➍ SITUER 8 par rapport aux autres nombres déjà connus
- ➎ RÉCITER la file des nombres au moins jusqu'à 8 ; à partir de n'importe quel nombre inférieur ou égal à 7
- ➏ CONNAÎTRE son successeur et son prédécesseur
- ➐ DÉNOMBRER des collections de 8 objets manipulés ou dessinés (évaluation comptine)
- ➑ CONSTRUIRE ou RÉALISER une « collection » de cardinal 8 (évaluation comptine)
- ➒ DÉCOMPOSER 8 à l'aide des entiers de 1 à 7.
- ➓ DÉCOMPOSER des nombres plus grands que 8 à l'aide de 8.

Briand-Margolinas-Wozniak

Pour les plus grands nombres

La situation des garages. Objectif : retracer l'histoire de l'humanité !

Briand-Margolinas-Wozniak

Pour les plus grands nombres

La situation des garages. Objectif : retracer l'histoire de l'humanité !

- ❶ Dévolution du problème (familiarisation avec le matériel, le vocabulaire)
- ❷ Le problème version 1 → Interdit de mettre les voitures dans le garage. Juste ce qu'il faut !, surtout ne pas parler de nombre!!!!!!
- ❸ Le problème version 2 → utilisation du nombre : en un seul voyage (décomposition, constellation, repère intermédiaire, poule)
- ❹ Le problème version 3 → symbolisation du nombre : passage à l'écrit (**tracer, réfléchir, anticiper, s'adresser à un destinataire absent**)
- ❺ Le problème version 4 → communication : commande (se mettre d'accord sur un code)

Comparaison

L'activité

DVD. Apprentissages mathématiques en maternelle.

Garage 1 Garage 2 Garage 3 Garage 4

Le nombre comme mesure de la quantité

Activité : les boîtes à chaussures.

Matériel :

- des boîtes à chaussures (une par quantité)
- des sachets transparents contenant des objets divers

Étape 1 : Dévolution : boîtes ouvertes (transitivité...)

Étape 2 : Construction du savoir : boîtes fermés

Ordinal

Il s'appuie pour ce faire sur des événements vécus, dont le déroulement est perceptible par les enfants et pour lesquels des étapes peuvent être distinguées, ordonnées, reconstituées, complétées. Ordo, démo, espace, temps, repérage, liste : objets ordonnés

La situation de la piste 

Objectif pour l'élève : reproduire le modèle


Variable didactique : place de la gommette, piste suffisamment longue.



Étape 1 : Dévolution : piste à côté du modèle

Étape 2 : À distance

Étape 3 : Piste orientée (piste fixée, symbole orienté)

Piste orientée 

Étape 4 : Pistes de longueur différente

Suite

Étape 5 : Éloignement dans le temps : passage à l'écrit, représentation, symbolisation pour soi

Étape 6 : Symbolisation dans l'échange.

Étape 7 : Institutionnalisation : boîte à chaussures

Variantes

- DVD Hatier : Apprentissages mathématiques en maternelle
- Trouver un objet caché dans un des tiroirs

Résoudre des problèmes

À quoi peut servir le nombre ?

- À comparer (Jeu des boîtes : ERMEL GS p.64)
- À mémoriser (Le jeu des voyageurs : ERMEL GS p.86 – Le jeu des garages : DVD apprentissages mathématiques à la maternelle)
- À partager (Le jeu des porte-manteaux : ERMEL GS p.130)
- À anticiper (Le jeu du trésor : ERMEL GS p.140 et suivante (Greli-grelo, le gobelet))