

Pôle Maternelle 37 — ESPE Centre Val de Loire

Stage de formation continue « **La progressivité des apprentissages: le nombre** »

Mardi 24 Mai 2016

Plan

- Le nombre : c'est quoi ?
- 1,2,3 et d'autres choses
- 4,5 et l'écriture chiffrée
- plus...

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !
C'est donc abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction !

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !

C'est donc **très très très** abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction ! C'est quoi une couleur ? Par exemple, le rouge ?

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !

C'est donc **très très très** abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction ! C'est quoi une couleur ? Par exemple, le rouge ?

Britt-Mary Barth : « l'apprentissage de l'abstraction » Fiche de lecture (un exemple)

Le nombre

Un nombre est « **une idée** », « **un concept** » !

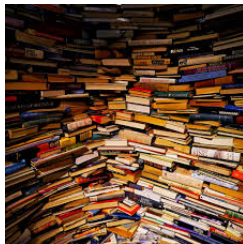
C'est donc **très très très** abstrait.

La difficulté n'est pas l'abstraction ! C'est quoi une couleur ? Par exemple, le rouge ?

Britt-Mary Barth : « l'apprentissage de l'abstraction » Fiche de lecture (un exemple)

⇒ rencontres multiples et variées

Livre



Rouge



Rouge



⇒ Rouge est la propriété commune à tous les objets qui sont rouges!!!

Et 4 alors ?

4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4 !

Et 4 alors ?

4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4 ! **NON !!!**

Et 4 alors ?

4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4 ! **NON !!!**

4 est lié aux autres nombres : 4 se décompose en 2 et 2 ou en 2, 1 et 1 ou en 3 et 1 ou en $5 - 1$

Boîtes de marrons : corriger les erreurs

Et 4 alors ?

4 est la propriété qui est commune à toutes les **collections** qui ont 4 éléments.

Donc, ça marche pareil rouge et 4 ! **NON !!!**

4 est lié aux autres nombres : 4 se décompose en 2 et 2 ou en 2, 1 et 1 ou en 3 et 1 ou en 5 — 1 Boîtes de marrons : corriger les erreurs

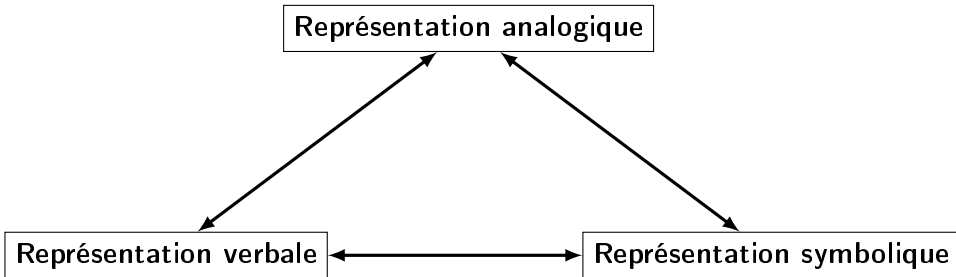
Idée cruciale : pour comprendre les nombres, il faut savoir les décomposer et les recomposer !

Le nombre : un concept difficile à enseigner

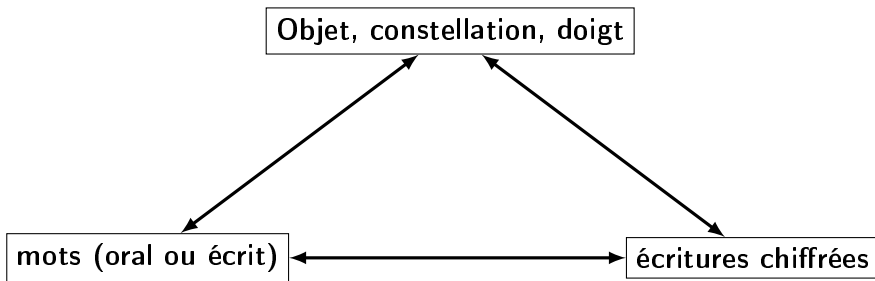
- ❶ plusieurs représentations → beaucoup d'activités variées à mener avec les élèves (presque deux pages du programme 2015)
- ❷ plusieurs sens (imbriqués)
 - numéral (numéro → n'a rien à voir avec le nombre (confusion chiffre-nombre, maillot, NUMEN, numéro de sécu, numéro de téléphone, télécommande))
 - ordinal (**exprime un rang ou un positionnement dans une liste**)
ascenseur, numéro de la maison, jeu du serpent (Lucette Champdavoine), file numérique,...
 - cardinal (**exprimer des quantités**) le plus difficile, le cœur du métier à la maternelle
 - grandeur (aspect mesure)
- ❸ de nombreuses compétences complémentaires à travailler

Représentations multiples : le coup du chat

Représentations multiples : le coup du chat



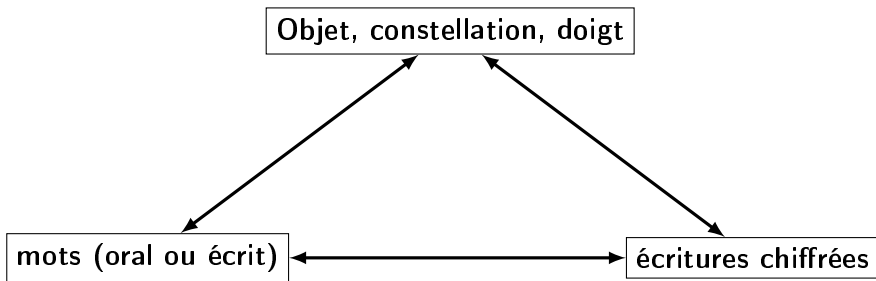
En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (traitement dans chaque code ; « suivre » les flèches ; 20000 ans d'histoires ; les maths en général = pb de représentation, resol pb cycle 2 : il faut changer de représentations **exemple** ; **se construire des images mentales**, symbolisation trop tôt (plus de contrôle), quelles frises numériques?).

La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement.

En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (traitement dans chaque code ; « suivre » les flèches ; 20000 ans d'histoires ; les maths en général = pb de représentation, resol pb cycle 2 : il faut changer de représentations **exemple** ; **se construire des images mentales**, symbolisation trop tôt (plus de contrôle), quelles frises numériques?).

La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement.

Enjeu numéro 1, le passage de l'un à l'autre (DANS LES 2 SENS) doit être transparent. le puzzle du cochon p 68 acces MS, le jeu des maillots

Résoudre des problèmes

Résolution de problèmes/ ils tâtonnent et font des essais

Citation – Guy Brousseau. Théorie des situations

didactiques p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Biblio : Valentin, « Découvrir les maths » Situation PS,MS,GS

Résoudre des problèmes

Résolution de problèmes/ ils tâtonnent et font des essais

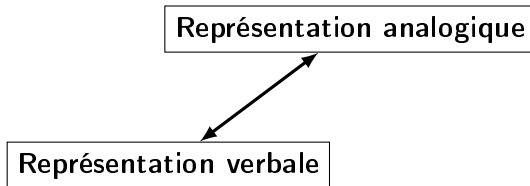
Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Biblio : Valentin, « Découvrir les maths » Situation PS,MS,GS

Quels problèmes peut résoudre le nombre ?

- À comparer (Jeu des boîtes : ERMEL GS p.64)
- À mémoriser (Le jeu des voyageurs : ERMEL GS p.86 – Le jeu des garages : DVD apprentissages mathématiques à la maternelle)
- À partager (Le jeu des porte-manteaux : ERMEL GS p.130)
- À anticiper (Le jeu du trésor : ERMEL GS p.140 et suivante (Greli-grelo, le gobelet))

Enjeux numéro 1 : la notion de collections témoins

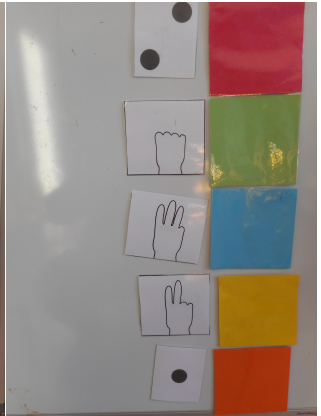
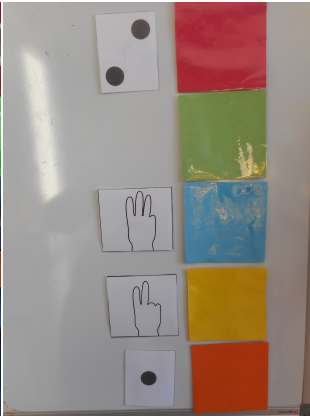


Inutile d'introduire l'écriture chiffrée (différentes écritures des 1,2,3 dans les civilisations)

Rituels :

- Lucky Luke (on joue! → décomposition-recomposition)
- Compter les absents

A set of navigation icons typically found in Beamer presentations, including symbols for back, forward, search, and other slide controls.



En parallèle...

On travaille pour plus tard

- L'énumération : une compétence spatiale
- La comptine numérique : une comptine qui se transformera en outil

Énumérer

Énumérer : c'est passer en revue une et une seule fois les éléments d'une collection.

Apparaît dans les programmes 2015 : **lors de l'énumération de la collection**

Complètement indépendant de la notion de nombres (Margolinas-Wozniak
« Le nombre à l'école maternelle »)

DVD : Apprentissages mathématiques à la maternelle éditions Hatier



Allumettes 1

Allumettes 2

Allumettes 3

Suite



Voir aussi Grand \mathbb{N} numéro 66. Article de Joël Briand

Suite



Voir aussi Grand \mathbb{N} numéro 66. Article de Joël Briand

La suite : voir Grand \mathbb{N} numéro 63. Article Henri-Claude Argaud
(espace)

Énumérer : oui mais pourquoi ?

Quelles procédures mentales pour dénombrer ?

Énumérer : oui mais pourquoi ?

Quelles procédures mentales pour dénombrer ? (Déterminer le nombre d'éléments d'une collection.)

Énumérer : oui mais pourquoi ?

Quelles procédures mentales pour dénombrer ? (Déterminer le nombre d'éléments d'une collection.)

Combien de points noirs voyez-vous ?



Comment on dénombre ?

Brissiaud « Premier pas vers les maths » p.22

- Identifier la collection ils sont où les points ? Catégorisation (Langage, Baruk) et créer les unités numériques ●● (fourchette).
- Énumérer les unités
- Totaliser la collection

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ?

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ? Comment avez-vous fait ?

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ? Comment avez-vous fait ?

(trompe-éléphant, double sens de 2 : cardinal VS numéral,

Énumération pour dénombrer

Combien de personnes sur cette photo ?



Que diriez vous à un enfant ? Comment avez-vous fait ?

(trompe-éléphant, double sens de 2 : cardinal VS numéral, un-un-un **itération de l'unité**, un VS un, singulier/pluriel (Brissiaud p.12)).

Le programme

Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombre désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main).

Le subitizing

Subitizing : perception immédiate

Un outil pour « contourner » l'énumération sur les petites quantités (de 1 à 3)!

Attention 1,2,3 ne se voient pas (Brissiaud p.36 poule-canard)

Totaliser les unités : les décompositions

Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités

Au cycle 1, la construction des quantités jusqu'à dix est essentielle, La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre, utilisation des doigts (cerveau)

Totaliser les unités : les décompositions

Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recombinaison des petites quantités

Au cycle 1, la construction des quantités jusqu'à dix est essentielle, La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre, utilisation des doigts (cerveau)

Brissiaud : « Il n'est pas du tout exagéré de considérer que l'échec en arithmétique élémentaire prend souvent sa source à l'école maternelle et, même, très souvent, dans les classes de petite et moyenne sections. Et c'est vraisemblablement un accès insuffisant aux **décompositions** des nombres qui est la raison profonde du défaut de compréhension du dénombrement qu'on observe chez les élèves. » Exemple : album photo – évaluation nationale sixième

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires et parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés.

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée :

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant la GS !

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant de savoir énumérer.

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant de savoir énumérer.

En tout cas, certainement pas à dénombrer.

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant de savoir énumérer.

En tout cas, certainement pas à dénombrer.

Étude de Fuson, Richards et Briars (1982). Autour de quatre ans, la chaîne numérique se décompose en trois parties :

La comptine numérique !

À quoi ça sert ? De façon exagérée : à rien avant de savoir énumérer.

En tout cas, certainement pas à dénombrer.

Étude de Fuson, Richards et Briars (1982). Autour de quatre ans, la chaîne numérique se décompose en trois parties :

- ❶ la partie stable et conventionnelle : celle qu'il connaît comme les adultes
- ❷ la partie stable et non-conventionnelle : à chaque récitation, ce sont toujours les mêmes mots qui apparaissent dans le même ordre.
- ❸ la partie instable et non conventionnelle : une partie qui change à chaque récitation, pouvant inclure des lettres, répéter des nombres, etc.

Connaître la comptine numérique

Selon la même étude : 5 niveaux de connaissances

Connaître la comptine numérique

Selon la même étude : 5 niveaux de connaissances

- le chapelet : il n'y a pas de signification arithmétique, un tout indifférencié : undeux trois quatre ; pas de dénombrement.

Connaître la comptine numérique

Selon la même étude : 5 niveaux de connaissances

- le chapelet : il n'y a pas de signification arithmétique, un tout indifférencié : undeux trois quatre ; pas de dénombrement.
- la chaîne insécable : l'enfant ne récite que depuis le début. Si on lui demande ce qu'il y a après 5, il commence à compter depuis 1 jusqu'à 6. Mais il peut compter jusqu'à X. On remarque une analogie avec l'alphabet : pour trouver la lettre après « h », par exemple, l'enfant récite l'alphabet depuis le début et répond, une fois arrivé à « h ». L'enfant peut dénombrer une collection. Si l'on rajoute un objet, il recommence également à compter depuis le début pour la dénombrer.

Connaître la comptine numérique

- la chaîne sécable : l'enfant peut compter jusqu'à X, à partir de X, de X à Y. On voit apparaître le début du comptage à rebours (3, 2, 1, 0). Il est difficile mais présent. L'enfant commence à dénombrer spontanément des collections, avec plus de facilité. Tous les enfants de 6 ans atteignent ce niveau, notamment du fait de la scolarisation. La caractéristique de ce niveau est l'apparition de la flexibilité (compter à partir de X, plus besoin de recommencer dès le début).

Connaître la comptine numérique

- la chaîne sécable : l'enfant peut compter jusqu'à X, à partir de X, de X à Y. On voit apparaître le début du comptage à rebours (3, 2, 1, 0). Il est difficile mais présent. L'enfant commence à dénombrer spontanément des collections, avec plus de facilité. Tous les enfants de 6 ans atteignent ce niveau, notamment du fait de la scolarisation. La caractéristique de ce niveau est l'apparition de la flexibilité (compter à partir de X, plus besoin de recommencer dès le début).
- la chaîne terminale : entre 6 et 7 ans, le CP uniformise les connaissances. Les mots deviennent des unités numériques, les enfants ont beaucoup d'entraînement, de consolidation des acquis. Le comptage vers l'avant progresse, ainsi que le comptage à rebours. Les processus automatiques se mettent en place et se consolident.

Connaître la comptine numérique

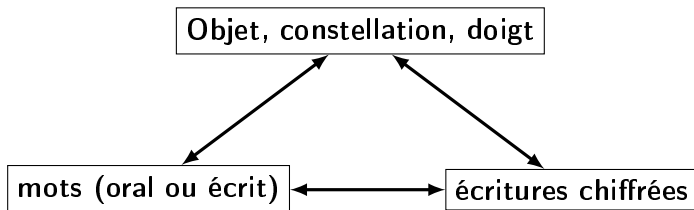
- la chaîne bidirectionnelle : la récitation se fait dans les deux sens (par bonds) et se maîtrise avec l'avancement en âge. Cela entraîne l'amélioration des capacités de soustraction et d'addition.

Entraîner la comptine

- Les comptines (Grenoble, Dijon, Créteil, Strasbourg)
- Plouf dans l'eau : TFM
- Le jeu du furet

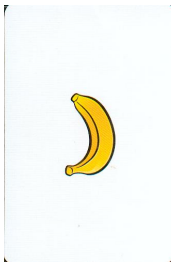
4 et 5

- On continue les décompositions, les constellations...
- L'écriture chiffrée devient nécessaire (ou presque) !

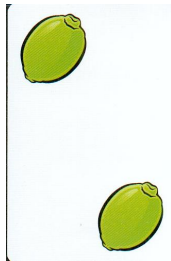
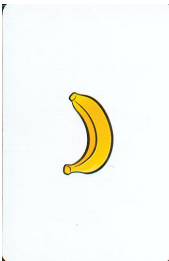


Halli-Galli

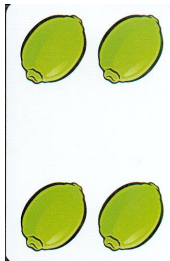
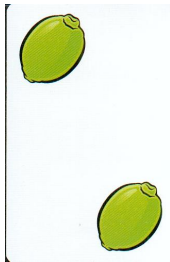
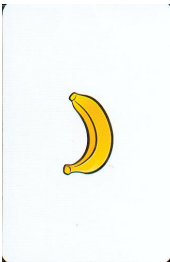
Halli-Galli



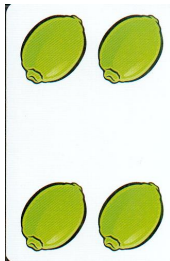
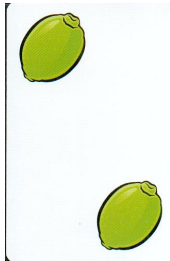
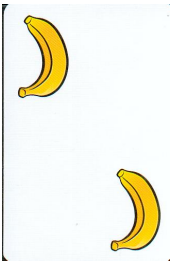
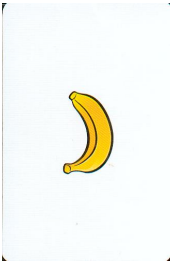
Halli-Galli



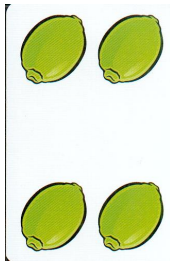
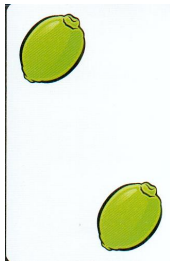
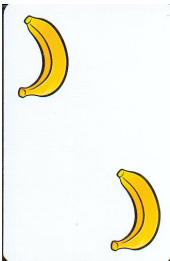
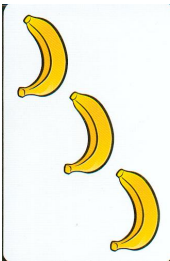
Halli-Galli



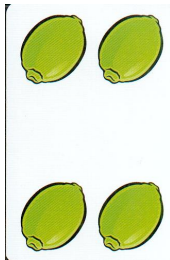
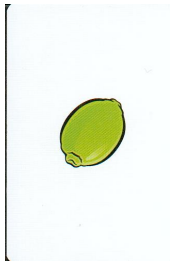
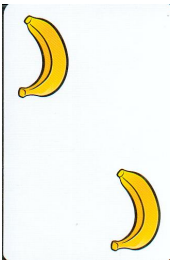
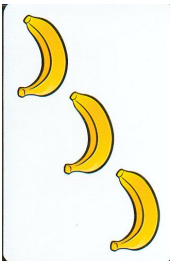
Halli-Galli



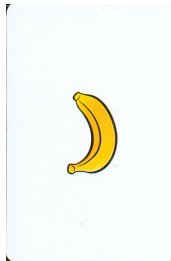
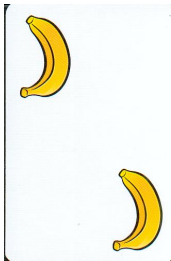
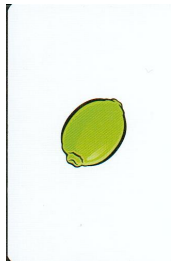
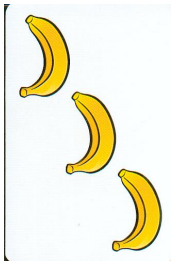
Halli-Galli



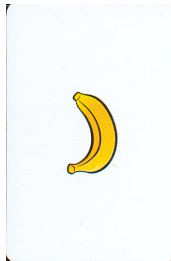
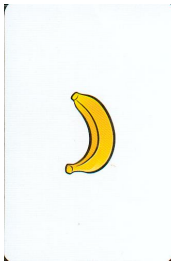
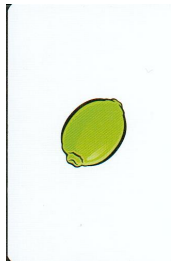
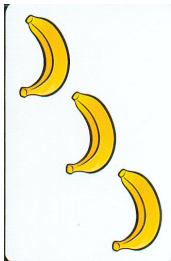
Halli-Galli



Halli-Galli



Halli-Galli



Et plus...

Appel en GS

maison

école

Maxim

Enzo

Kyhanna

Ella

* *

* * * *

* * * * *

Valentin

Morgan

Louis B.

Melina

Tilia

Zélie

Maël

Andrew

Elyne

Aaron

Matéo

Cali

Clément

Louis L.

Haroun

Lohann

Camille

Paul

Mylie

Tywen

Maëlle

Adem

Enola

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

* * * *

Dénombrer par comptage

Les principes du dénombrement **par comptage** (R. Gelman, années 70) → Pas avant la maîtrise de l'énumération ni de la comptine !

- ❶ le principe de la suite stable
- ❷ le principe d'indifférence de l'ordre : on peut compter dans n'importe quel ordre sans incidence dans le résultat
- ❸ le principe cardinal : c'est le dernier mot-nombre qui permet de repérer le nombre d'éléments.
- ❹ le principe de correspondance terme à terme (adéquation unique) : on associe **un** élément de la collection à **un** mot-nombre
- ❺ le principe d'abstraction : on peut dénombrer tout et n'importe quoi. Toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble. On peut compter un ensemble d'objets hétérogènes.

Dénombrer par comptage

Les principes du dénombrement **par comptage** (R. Gelman, années 70) → Pas avant la maîtrise de l'énumération ni de la comptine !

- ❶ le principe de la suite stable
- ❷ le principe d'indifférence de l'ordre : on peut compter dans n'importe quel ordre sans incidence dans le résultat
- ❸ le principe cardinal : c'est le dernier mot-nombre qui permet de repérer le nombre d'éléments.
- ❹ le principe de correspondance terme à terme (adéquation unique) : on associe **un** élément de la collection à **un** mot-nombre
- ❺ le principe d'abstraction : on peut dénombrer tout et n'importe quoi. Toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble. On peut compter un ensemble d'objets hétérogènes.

Briand-Margolinas-Wozniak

Pour les plus grands nombres

La situation des garages. Objectif : retracer l'histoire de l'humanité !

Briand-Margolinas-Wozniak

Pour les plus grands nombres

La situation des garages. Objectif : retracer l'histoire de l'humanité !

- ① Dévolution du problème (familiarisation avec le matériel, le vocabulaire)
- ② Le problème version 1 → Interdit de mettre les voitures dans le garage. Juste ce qu'il faut !, surtout ne pas parler de nombre !!!!!
- ③ Le problème version 2 → utilisation du nombre : en un seul voyage (décomposition, constellation, repère intermédiaire, poule)
- ④ Le problème version 3 → symbolisation du nombre : passage à l'écrit (tracer, réfléchir, anticiper, s'adresser à un destinataire absent)
- ⑤ Le problème version 4 → communication : commande (se mettre d'accord sur un code)

Comparaison

L'activité

DVD. Apprentissages mathématiques en maternelle.

Garage 1 Garage 2 Garage 3 Garage 4

Le nombre comme mesure de la quantité

Activité : les boîtes à chaussures.

Matériel :

- des boîtes à chaussures (une par quantité)
- des sachets transparents contenant des objets divers

Étape 1 : dévolution : boîtes ouvertes (transitivité...)

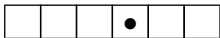
Étape 2 : construction du savoir : boîtes fermés



Ordinal

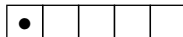
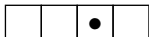
Il s'appuie pour ce faire sur des événements vécus, dont le déroulement est perceptible par les enfants et pour lesquels des étapes peuvent être distinguées, ordonnées, reconstituées, complétées. Ordo, démo, espace, temps, repérage, liste : objets ordonnés

La situation de la piste



Objectif pour l'élève : reproduire le modèle

Variable didactique : place de la gommette, piste suffisamment longue, le jeu des trains accés.

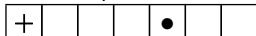


Étape 1 : dévolution : piste à côté du modèle

Étape 2 : à distance

Étape 3 : piste orientée (piste fixée, symbole orienté)

Piste orientée



Étape 4 : pistes de longueur différente

Suite

Étape 5 : éloignement dans le temps : passage à l'écrit, représentation, symbolisation pour soi

Étape 6 : symbolisation dans l'échange.

Étape 7 : institutionnalisation : boîte à chaussures

Variantes

- DVD Hatier : apprentissages mathématiques en maternelle
- Trouver un objet caché dans un des tiroirs