DSDEN d'Indre et Loire — ESPE Centre Val de Loire

REP+ Cycle 2 Joué-lès-Tours

Résolution de problèmes et représentation des nombres

16 novembre 2017

Avertissement

Ce diaporama est réservé à un public averti !

Il contient certainement des choses très fausses, justement dans le but d'amener une discussion lors de la formation.

Programme

1. Les problèmes : c'est quoi ? pourquoi ? comment ?
2. La question de l'énoncé

Quelques saines lectures

Dans la revue Grand $\mathbb{N}$.

1. Est-il possible d'apprendre à résoudre des problèmes ? Dominique Valentin; numéro 42
2. Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes. » Catherine Houdement; numéro 63 Attention !
3. Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. Jean Julo; numéro 69 Attention !
4. Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. Sylvie Coppée, Catherine Houdement; numéro 69
5. La résolution de problèmes en questions. Catherine Houdement; numéro 71 À lire d'urgence !

Les documents d'accompagnements

1. Documents d'accompagnement de 2002: les problèmes
2. Documents d'accompagnement de 2002: les procédures (personnelles, expertes)

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN
- Parce que les programmes le disent

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN
- Parce que les programmes le disent
- Parce que c'est comme ça qu'on apprend notion d'obstacle, REP+,...

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN
- Parce que les programmes le disent
- Parce que c'est comme ça qu'on apprend notion d'obstacle, REP+,...
- Parce que c'est ça faire des maths...

C'est parti

Citation – Guy Brousseau. **Théorie des situations didactiques** p.115 *Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose pas et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus.*

Pourquoi donner des problèmes à résoudre aux élèves ?

- Parce que l'IEN le dit ! Et qu'il faut toujours écouter son IEN
- Parce que les programmes le disent
- Parce que c'est comme ça qu'on apprend notion d'obstacle, REP+,...
- Parce que c'est ça faire des maths...
- Pour donner du sens aux objets mathématiques : ils ont été inventés pour résoudre des problèmes ! Les nombres : 6+8 nombres,nombres de ; Scrabble : expert en manipulation de chiffres et pas nombres (139<146) ; dinosaure

Programme Cycle 2

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer. Les problèmes permettent d'aborder de nouvelles notions, de consolider des acquisitions, de provoquer des questionnements.

Retour

À vous !

Groupes de 4 d'un même niveau de classe ; pas tous d'une même école.

40 minutes pour produire une affiche répondant aux questions suivantes.

À vous !

Groupes de 4 d'un même niveau de classe ; pas tous d'une même école.

40 minutes pour produire une affiche répondant aux questions suivantes.

- C'est quoi pour votre groupe une séance de problèmes ?
- Quels objectifs d'une telle séance ?
- Quelle fréquence de ces séances ? Quand dans la journée, dans la semaine ?
- Quels dispositifs ?

Un problème !

Déterminer les entiers qui sont sommes de 3 nombres consécutifs.

Un problème !

Déterminer les entiers qui sont sommes de 3 nombres consécutifs.

Pourquoi j'ai posé ce problème ?

Un problème !

Déterminer les entiers qui sont sommes de 3 nombres consécutifs.

Pourquoi j'ai posé ce problème ? C'est quoi un problème ?

Pas de réponse à la question d'avant !

Différente sortes (et pas types) de problèmes

- Problèmes simples (à trois nombres)
- Problèmes complexes (à étapes)
- Problèmes pour chercher (ce qui est intéressant c'est le chemin pas le résultat): il faut apprendre à chercher

Un (quatre) problème(s) pour chercher

J'ouvre mon livre. En ajoutant les numéros des deux pages que je vois, je trouve 17. Quels sont les deux numéros que je vois ?

J'ouvre mon livre. En ajoutant les numéros des deux pages que je vois, je trouve 26. Quels sont les deux numéros que je vois ?

J'ouvre mon livre de 100 pages. En ajoutant les chiffres des numéros des deux pages que je vois, je trouve 17. À combien d'endroits puis-je avoir ouvert mon livre ?

J'ouvre mon livre qui a moins de 100 pages. En ajoutant les chiffres des numéros des deux pages que je vois, je trouve 14. À combien d'endroits puis-je avoir ouvert mon livre ?

Prescription du docteur Beck

- Problèmes simples : tous les jours
- Problèmes complexes : une fois par semaine
- Problèmes pour chercher : une fois par période

Comment on résout des problèmes ?

Jean Julo. Deux processus (un peu comme en lecture) quand on résout un problème

- **Processus représentationnel** : l'élève « reconnaît » d'une certaine façon le problème et cela lui « évoque » quelque chose de connu. Il applique alors un traitement connu.

- **Processus opératoire** : l'élève ne reconnaît pas le problème : il doit construire, inventer, bricoler une stratégie.

Représentation

Représentation $_{\text{toutes les mathématiques}}$: construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Représentation

Représentation $_{\text{toutes les mathématiques}}$: construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Difficultés :

- la compréhension n'a pas de mémoire, on n'est pas capable de dire pourquoi on sait que c'est ça qu'il faut faire.

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Difficultés :

- la compréhension n'a pas de mémoire, on n'est pas capable de dire pourquoi on sait que c'est ça qu'il faut faire.
- travailler la représentation (que les élèves ont tendance à zapper !) raconter, dessiner/schématiser, mimer

Représentation

Représentation toutes les mathématiques : construction mentale élaborée dans un contexte particulier pour servir un but spécifique.

Elle peut être provisoire, circonstancielle et donc transitoire si elle est élaborée dans une tâche déterminée et à cette seule fin.

Elle peut être permanente si elle est stable et durablement stockée en mémoire : on parle alors de connaissance.

$\Longrightarrow$ plus on résout des problèmes, plus on sait en résoudre ! (D'où le travail quotidien !) construction personnelle, faisceau

Difficultés :

- la compréhension n'a pas de mémoire, on n'est pas capable de dire pourquoi on sait que c'est ça qu'il faut faire.
- travailler la représentation (que les élèves ont tendance à zapper !) raconter, dessiner/schématiser, mimer re-présentation

Un exemple pour travailler les représentations

Tirée de *Concertum Tome 1 p.115 : « Dis fais-moi un dessin ! »*

Objectifs :

- Utilité des représentations
- Pertinence des représentations
- Lutter contre l'idée : un problème = une opération

Suite

Dans un pays lointain, des personnes ont tué 12 antilopes. Il faut deux personnes pour porter une antilope et la ramener au village.

pas de question.

Consigne aux élèves : tu vas faire un dessin qui raconte cette histoire ; une personne qui regarde ton dessin doit comprendre l'histoire.

Travail individuel des élèves

Suite de la suite

L'enseignant.e sélectionne un bon paquet de dessin et pose la question « Est-ce que le dessin montre tout ce que nous dit le texte ? »
Classification par les élèves de leur production :

- illustration sémantique mais pas de rapport aux nombres, fait appel à l'imaginaire
- représentation du nombre d'antilopes, mais pas de la relation un pour deux
- représentation de la relation un pour deux mais pas du nombre d'antilopes
- représentation de la relation un pour deux et du bon nombre d'antilopes mais ajout du fait que certaines personnes portent deux antilopes.
- représentation de la relation un pour deux et du bon nombre d'antilopes

Suite de la suite de la suite

Nouvelle consigne de la maîtresse : Combien de personnes faut-il pour transporter toutes les antilopes ? On va regarder si les dessins affichés peuvent nous aider à répondre à la question.
Débat collectif. On écarte les dessins qui oublient ou ajoutent de l'information.

Enfin : vous allez répondre à la question en vous servant d'un dessin. Les élèves ont récupéré leur dessin. Travail par deux. Mise en commun qui permet aux enfants de présenter leur procédure de dénombrement (pas unique !) et la question de la correction.

Prolongement : un nouveau problème.

Objectif suivant : passer du dessin au schéma... question : que faut-il représenter ?

Retour

Processus opératoire

Procédure par essai-erreur-ajustement mieux que par tatonnement ! : trace de la recherche problème des fichiers...

- Il s'agit de répartir des jetons dans des boîtes grises et blanches de telle sorte qu'il y ait autant de jetons dans les boîtes de la même couleur.
  - 17 jetons avec 2 boîtes grises et 3 boîtes blanches
  - 17 jetons avec 2 boîtes grises et 4 boîtes blanches
- Le farfelu Jojo compte les têtes et trouve 8 têtes. Puis il compte les pattes et trouve 26. Saurais-tu trouver le nombre de poules et de lapins ?
- Problèmes de multiplication (pour les CP)
- Problèmes de partage

Quelle aide pour les élèves ?

On oublie la méthodo-type

- Chercher les informations utiles sans (avant de) résoudre le problème
- Souligner ou surligner les mots importants
- Chercher dans le dictionnaire les mots inconnus
- Chercher les informations manquantes
- Chercher une question pour le texte
- Chercher la bonne opération

Pourquoi ?

À chacun sa place

Damien, Franck, Isabelle, Nathalie, Raphaël et Simon ont posé pour une photo souvenir de vacances. Les indices suivants permettent de retrouver la place de chacun. Toutefois certains indices sont inutiles. Lesquels ?

1. Damien et Raphaël n'ont qu'un seul voisin.
2. Les filles ne sont pas côte à côte.
3. Franck est le plus petit des garçons.
4. Franck est cependant plus grand qu'Isabelle, qui est à sa gauche.
5. Damien et Isabelle portent des lunettes.
6. Si Nathalie tourne la tête vers la gauche, elle peut voir tous ses camarades, sauf Damien.
7. Franck est le seul à avoir deux voisines.

Pourquoi 2 ?

Soit E un espace vectoriel de dimension finie et $u : E \to E$ une application linéaire. On suppose que u est un automorphisme. Montrer que u admet un vecteur propre pour la valeur propre 1 si et seulement si u admet un point fixe non nul.

Pourquoi 2 ?

Soit E un espace vectoriel de dimension finie et $u : E \to E$ une application linéaire. On suppose que u est un automorphisme. Montrer que u admet un vecteur propre pour la valeur propre 1 si et seulement si u admet un point fixe non nul.

Représentation

Pour lutter contre l'idée : « résoudre 1 problème = trouver la bonne opération »

Téo est plus grand qu'Ismaël ; Téo est plus petit que Noah. L'un mesure 140cm, l'autre 1,35m et le troisième 1,15m. Quelle est la taille de Téo ?

Pour lutter contre l'idée : « résoudre 1 problème = trouver la bonne opération »

Téo est plus grand qu'Ismaël ; Téo est plus petit que Noah. L'un mesure 140cm, l'autre 1,35m et le troisième 1,15m. Quelle est la taille de Téo ?

Julien habite sur une île reliée au continent par un pont. Depuis qu'il s'est levé ce matin, il a traversé 7 fois le pont. Est-il sur l'île ou le continent ? Idem avec 10 fois, 16 fois, 23 fois, 165 fois, ...

Partie 2 : les énoncés

On reprend les groupes de ce matin.

Consigne : 15 minutes pour choisir 5 énoncés de **problèmes simples** typiques du niveau de classe du groupe

Contrainte : chaque enseignant du groupe doit proposer au moins un problème.

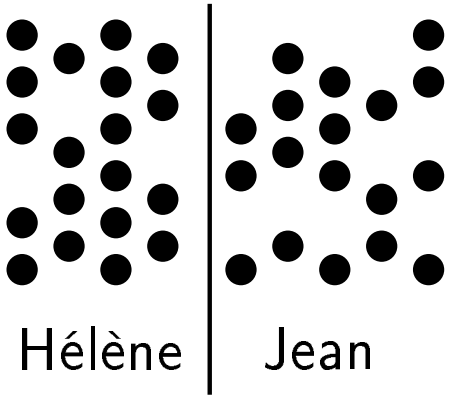
Contrainte pour les groupes CP : 1 groupe travaille sur les périodes 1 et 2, 1 groupe travaille sur les périodes 4 et 5

Bilan

1. Problème et manipulation Manipulation
2. Problème et calcul mental (voir Calcul mental :entre sens et technique ; Denis Butlen)
3. Problème et forme de l'énoncé Forme de l'énoncé
4. Problème et réalité

Représentation du nombre

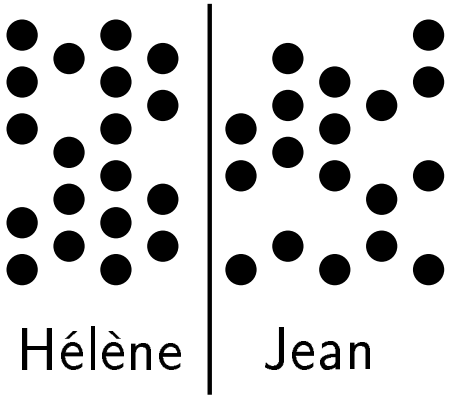
1. Problème 1 : Patrick a 31 billes et Laure 29. Qui en a le plus ?
2. Problème 2 : Qui en a le plus ?



3. Problème 3 : Oral

Représentation du nombre

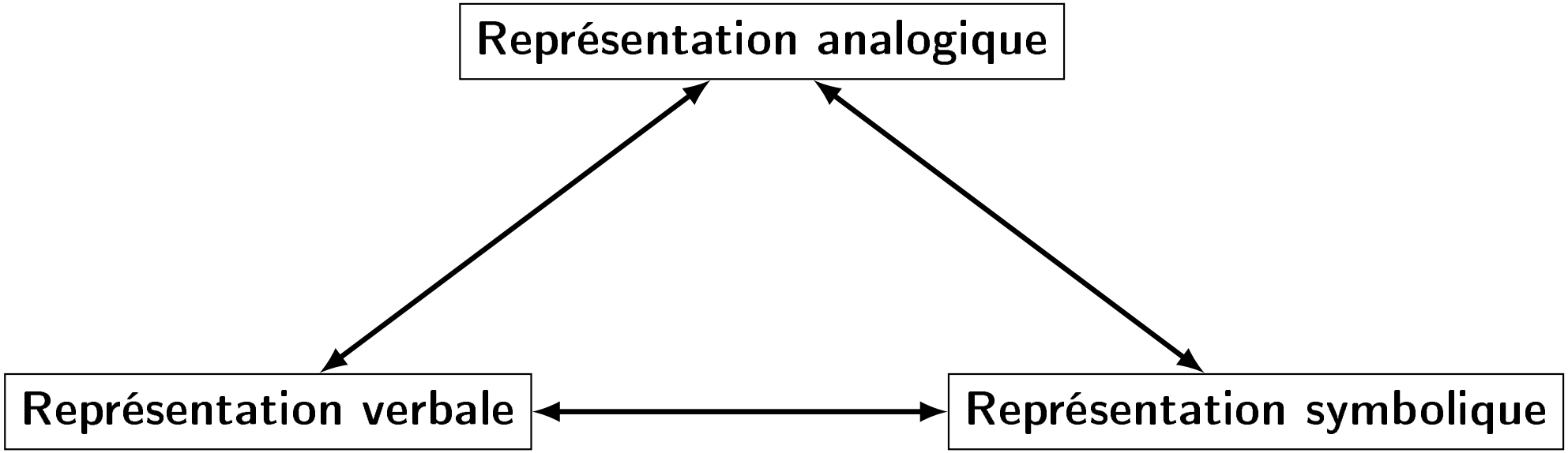
1. Problème 1 : Patrick a 31 billes et Laure 29. Qui en a le plus ?
2. Problème 2 : Qui en a le plus ?



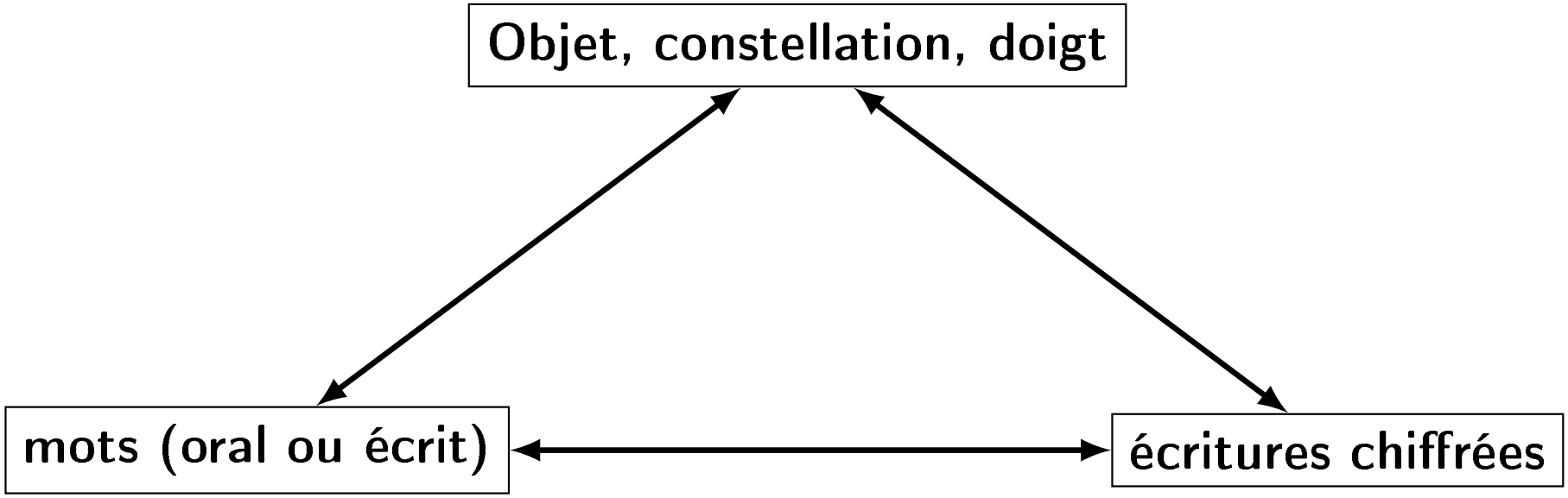
3. Problème 3 : Oral

Quelles procédures ?

Représentations multiples

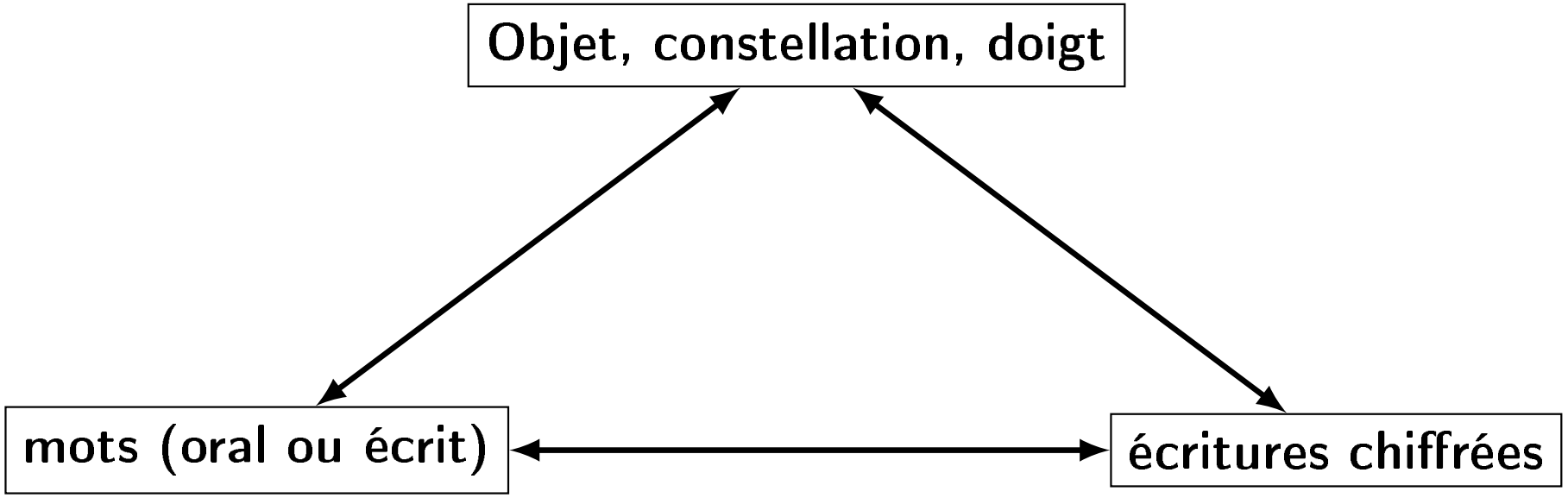


En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle, difficulté à la représentation) ! 20000 ans d'histoires ; traitement dans chaque code ; suivre les flèches.)

En décodé



Deheane-Cohen (1992) : Le triple code (symbolisation trop tôt (plus de contrôle, difficulté à la représentation) ! 20000 ans d'histoires ; traitement dans chaque code ; suivre les flèches.)

Le point de vue du matheux : enjeu numéro 1, le passage de l'un à l'autre (DANS LES 2 SENS) est transparent.

retour

L'énoncé

- L'énoncé n'est pas forcément écrit (mime, dessin, schéma,... cf. représentation).
- Commencer par la question augmente la réussite. Vidéo
- Dans un texte, attention aux implicites. Exemple

Un exemple

- Jean a gagné 3 billes. Maintenant il a 5 billes. Combien Jean avait-il de billes au départ ?

- Jean avait quelques billes. Il a gagné 3 billes. Maintenant il a 5 billes. Combien a-t-il de billes au début ?

Le taux de réussite passe de 13% à 33% en CP et de 61% à 79% en CE1.

retour

Au travail

Travail par groupe : 1 ou 2 groupes avec les enseignants de CP d'une même école, 1 groupe avec les enseignants de CE1-CE2 de la même école.

Consigne : Produire une séquence autour de la résolution de problème ou inclure des problèmes dans des séquences sur un autre sujet (à l'articulation CE1-CE2 pour les groupes CE1-CE2).

Temps de travail : Au moins 1h.

Bilan final

Bilan final

Merci !