ESPE Centre Val de Loire

Formation de formateurs — Espace

Un champ pluridisciplinaire à explorer et partager

20 octobre 2015

Plan

1. L'espace du point de vue de la didactique des mathématiques
2. Se repérer
3. Géométrie dans l'espace

Différents espaces

Dans les années 1980, Brousseau et Galvez propose de distinguer trois types d'espaces

- Macro-espace
- Méso-espace
- Micro-espace

Différents espaces

Dans les années 1980, Brousseau et Galvez propose de distinguer trois types d'espaces

- Macro-espace (espace morcelé, non continu, séparé par des déplacements, pas de contrôle par la vue, repérage difficile : trop ou pas assez d'info... nécessité de reconstruction : cartes, instruments (constructions savantes), repère interne et externe...)
- Méso-espace
- Micro-espace

Différents espaces

Dans les années 1980, Brousseau et Galvez propose de distinguer trois types d'espaces

- Macro-espace (espace morcelé, non continu, séparé par des déplacements, pas de contrôle par la vue, repérage difficile : trop ou pas assez d'info... nécessité de reconstruction : cartes, instruments (constructions savantes), repère interne et externe...)
- Méso-espace (espace des déplacements (0,5 à 50 fois la taille d'une personne), contrôle total par la vue mais seulement par morceaux : classe, école, maison..., acteur à l'intérieur, deux types de repérage : par rapport à soi si fixe, en cas de déplacement, repère fixe)
- Micro-espace

Différents espaces

Dans les années 1980, Brousseau et Galvez propose de distinguer trois types d'espaces

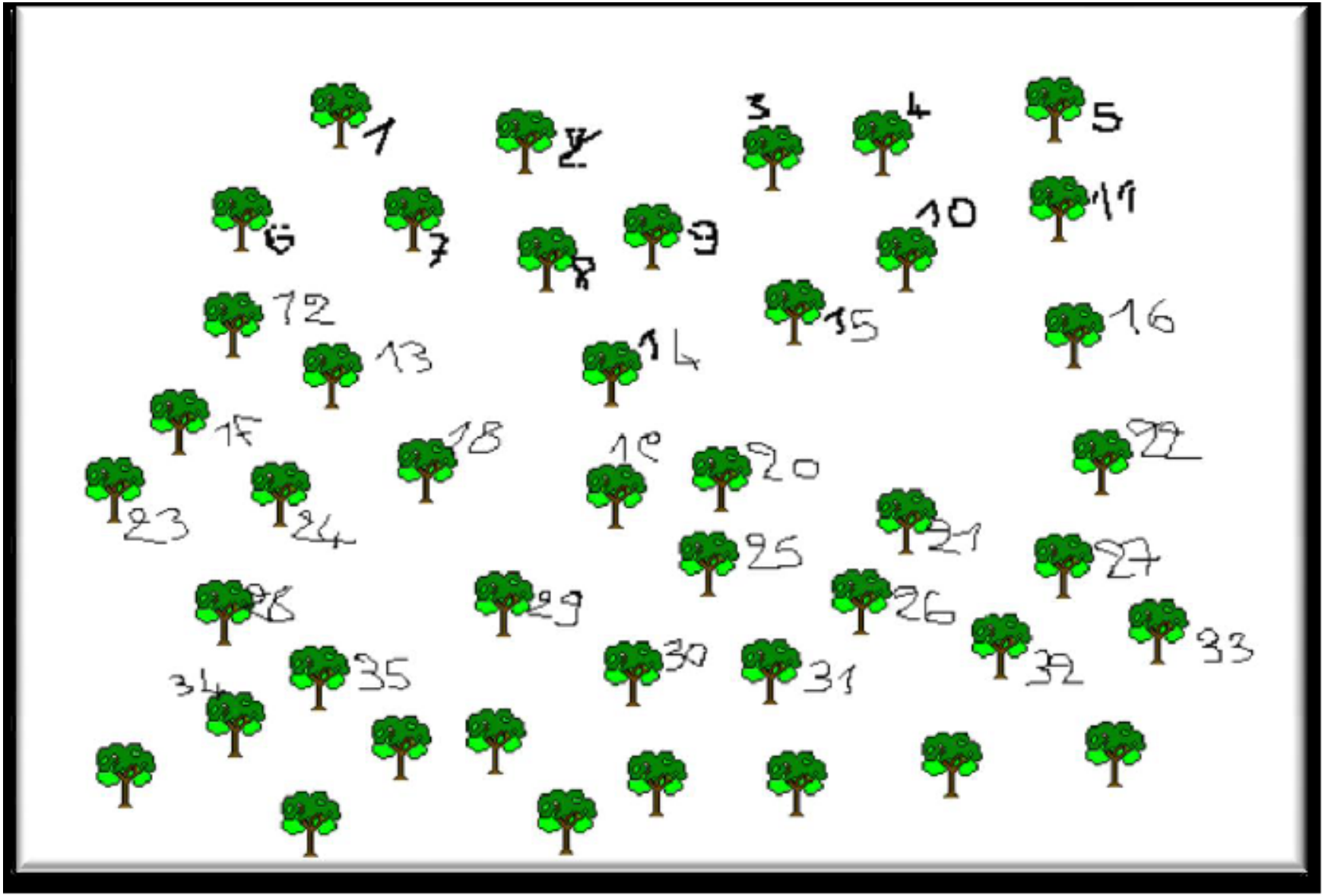
- Macro-espace (espace morcelé, non continu, séparé par des déplacements, pas de contrôle par la vue, repérage difficile : trop ou pas assez d'info... nécessité de reconstruction : cartes, instruments (constructions savantes), repère interne et externe...)
- Méso-espace (espace des déplacements (0,5 à 50 fois la taille d'une personne), contrôle total par la vue mais seulement par morceaux : classe, école, maison..., acteur à l'intérieur, deux types de repérage : par rapport à soi si fixe, en cas de déplacement, repère fixe)
- Micro-espace (espace proche, objets visibles et accessible à la manipulation : contrôle moteur et visuel, acteur est à l'extérieur, repérage par rapport à soi, « facile : rectangle »)

Manque

Définition « VB » :

- Nano-espace : l'espace de la feuille de papier (autre repérage, « facile »).
- Représentation mentale

Une compétence spatiale ?



Énumérer

Énumérer : c'est passer en revue une et une seule fois les éléments d'une collection.

Apparaît dans les programmes 2002 disparaît en 2008, revient en 2015

Complètement indépendant de la notion de nombres (Margolinas)
DVD : Apprentissages mathématiques à la maternelle.

Allumettes 1 Allumettes 2 Allumettes 3

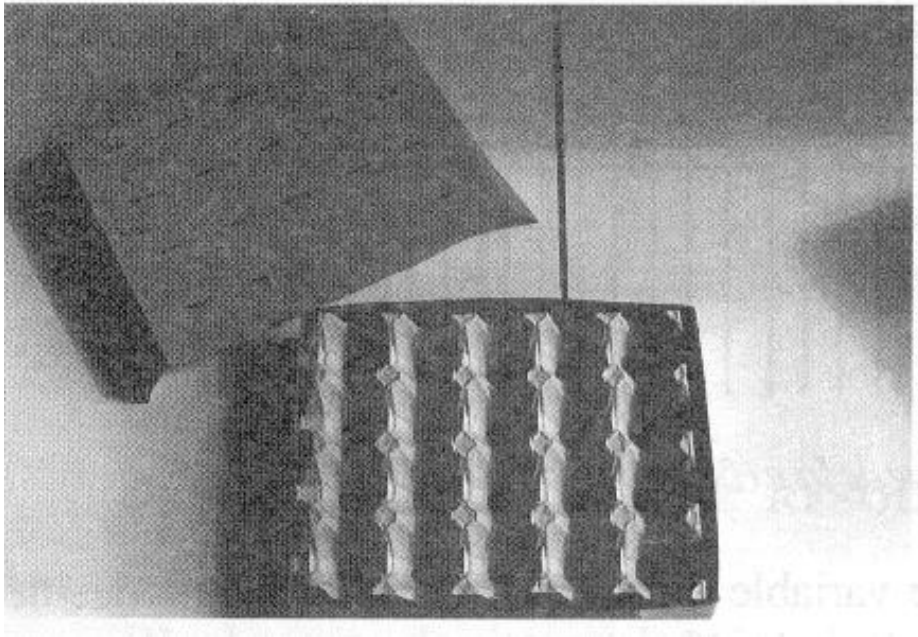
Suite

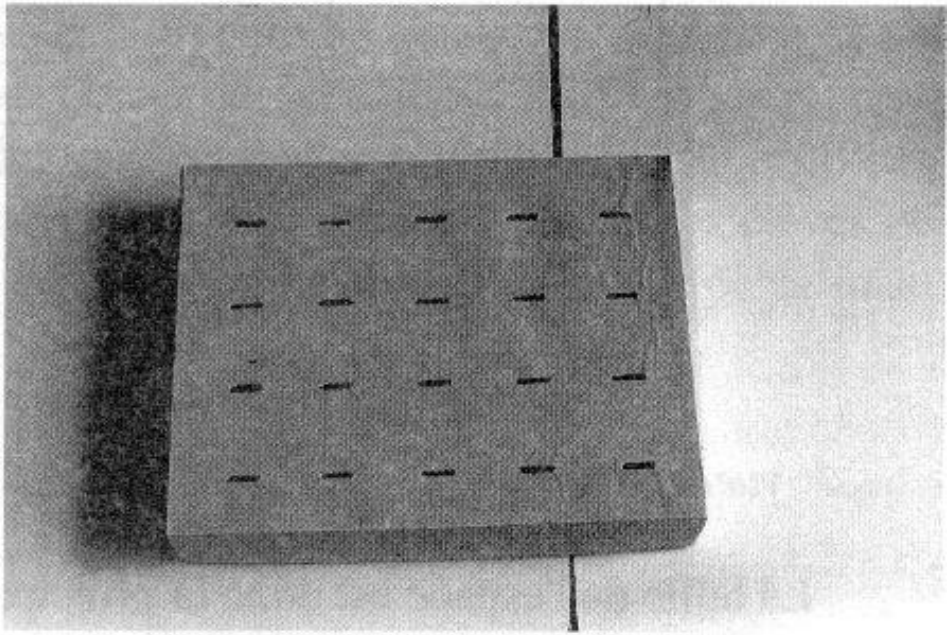
Suite

Voir aussi Grand $\mathbb{N}$ numéro 66. Article de Joël Briand
Travail dans le micro-espace.

Changement d'espaces

Grand $\mathbb{N}$ numéro 63. Article Henri-Claude Argaud
Dans le micro-espace

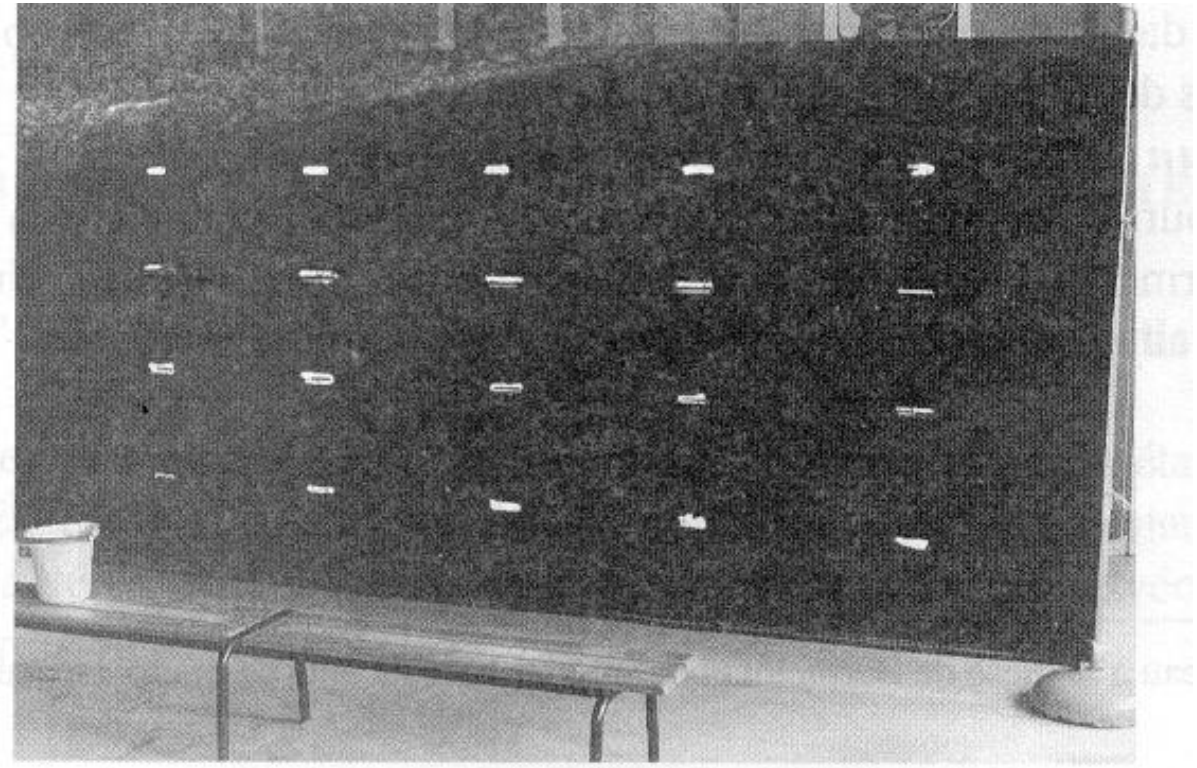




travail à deux : force l'organisation mais rend difficile la tâche.
travail seul : pas de direction préférée (horizontal/vertical)

Suite

Dans le méso-espace



Position initiale, parcours en ligne, choix de la case de départ

Macro-espace : parcours dans l'école

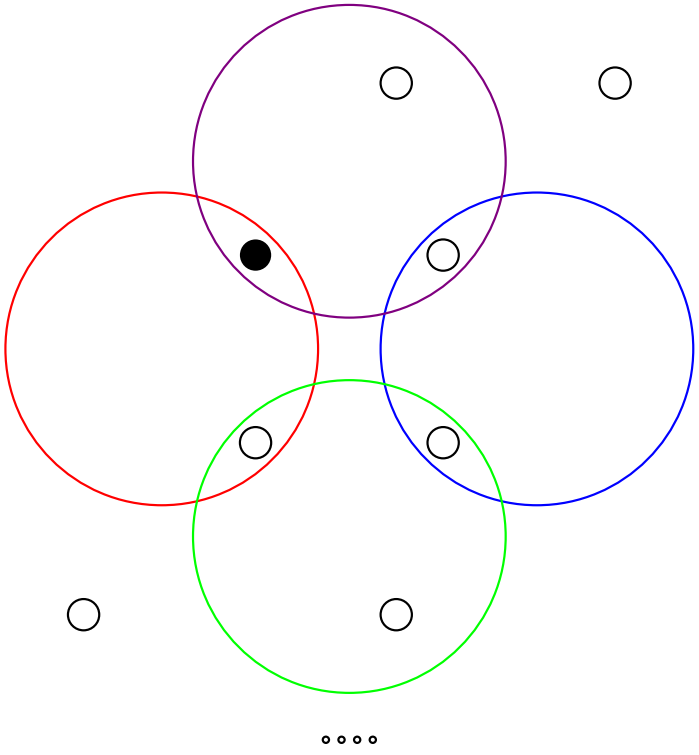
Action et formulation

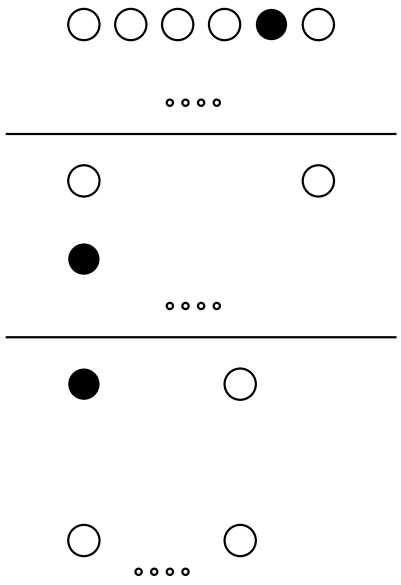
- Même matériel : toutes les cases sont remplies sauf une.
- Les élèves sont par deux.
- Le tableau est montré à l'un des deux élèves (disons A).
- Il doit indiquer à l'autre élève (disons B) où mettre le jeton qui manque (trois situations).
  - Viens avec moi : A et B sont à côté de la boîte (Mémorisation de A)
  - Vas-y tout seul : B est à côté de la boîte, A est loin mais voit la boîte (rétroaction entre A et B, repérage relatif ou absolu)
  - Vas-y mais je t'explique d'abord : B est à côté de la boîte, A est loin mais ne voit pas la boîte (Plus de rétroaction, oral, passage à l'écrit ?)

Repérage : un tour de magie

Construction d'un repère

Le jeu du trésor

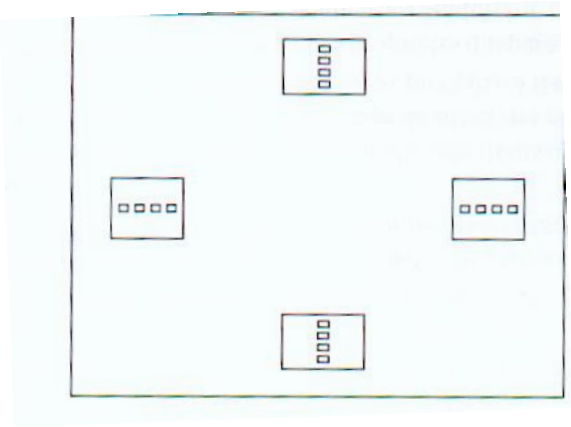




Nécessité du choix d'une origine, propriété topologique, projective et métrique, validation

Un petit macro-espace

Extrait de la thèse de René Berthelot et Marie-Hélène Salin (Besançon).

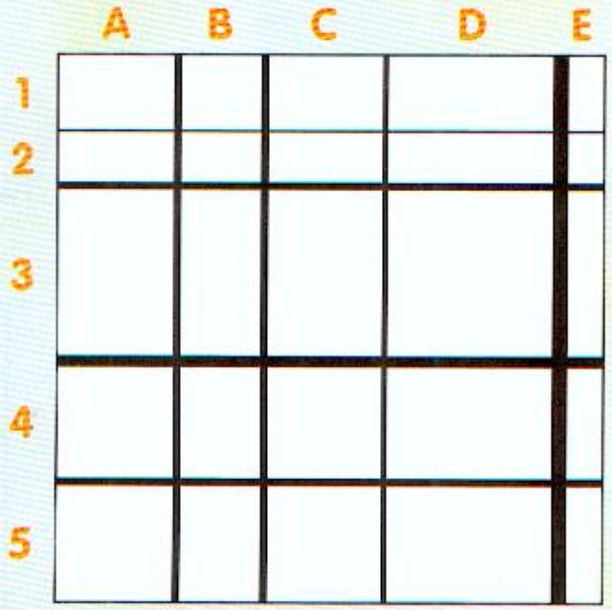


- seize boîtes d'allumettes sur des tables,
- un objet dans chaque boîte,
- les boîtes sont ouvertes pendant une journée, elles sont fermés le soir,
- le lendemain, le maître montre trois boîtes, les élèves doivent écrire les objets qu'ils pensent être dans les boîtes.

Quadrillage

Outil pour les maths CE1

2 Colorie les cases pour faire un tableau à la manière de Mondrian !



Rouge : (D ; 3), (A ; 5), (E ; 4)
Jaune : (A ; 1), (B ; 1), (D ; 2), (C ; 4)
Bleu : (B ; 2), (D ; 5)
Noir : (E ; 1), (E ; 2), (A ; 3), (B ; 3), (B ; 5)

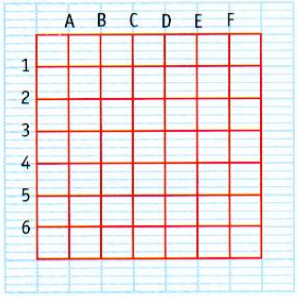
A B C D E

Quadrillage : suite

Outil pour les maths CM1

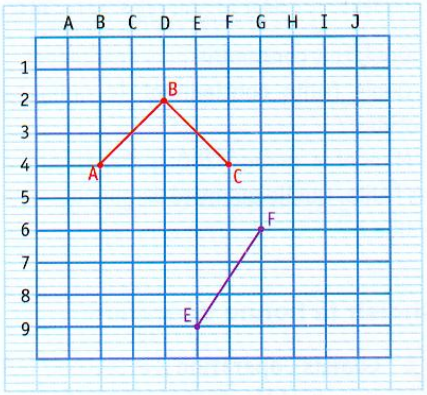
Placer un point sur un quadrillage

4 * Reproduis ce quadrillage et place les figures.

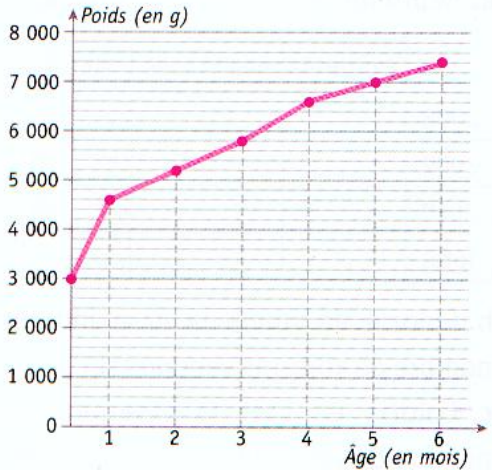


(A ; 5) (F ; 1)
(B ; 2) (E ; 3)
(C ; 4) (C ; 5)

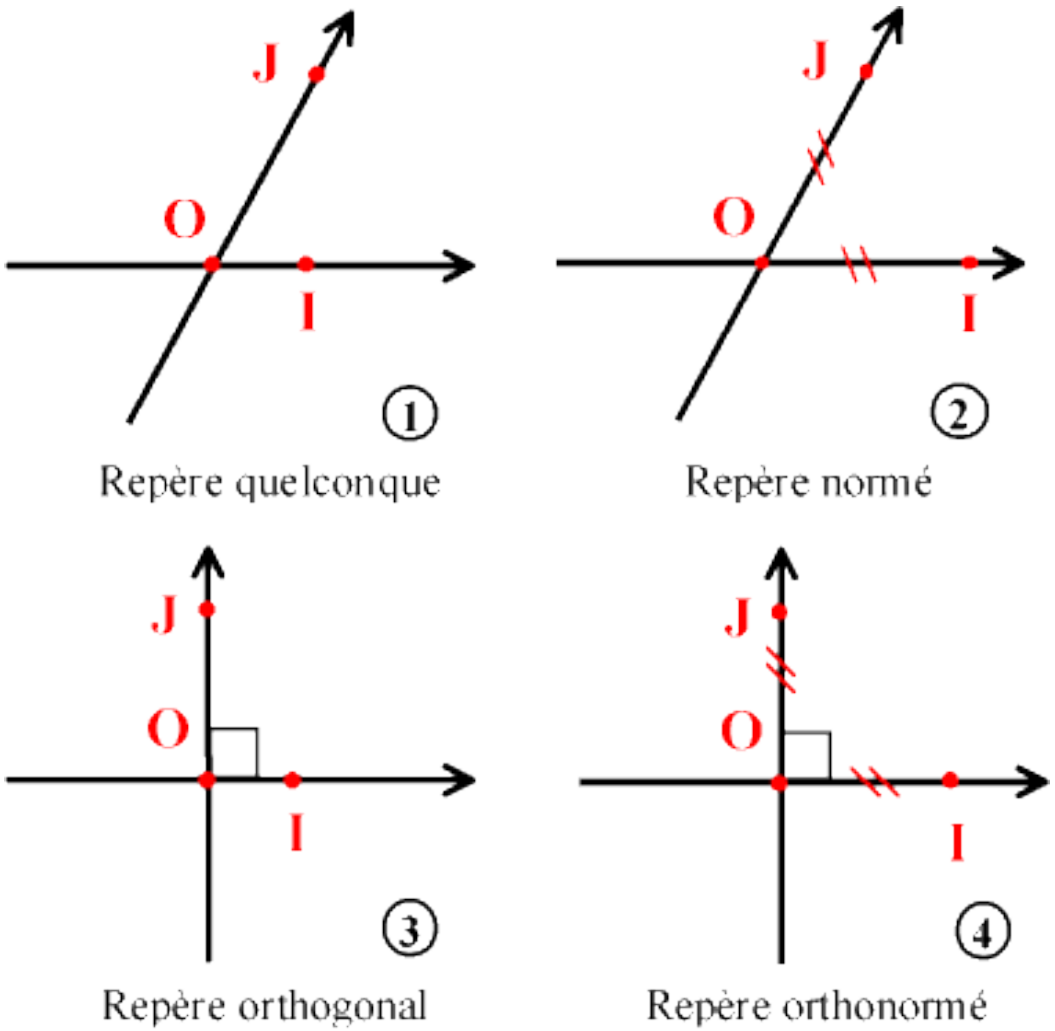
5 ** Reproduis ce quadrillage et les segments [AB], [BC] et [EF].



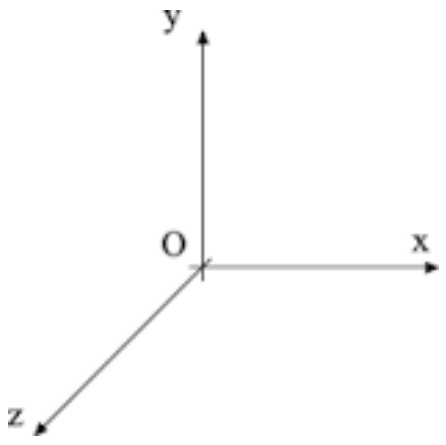
Place les sommets D et G pour obtenir le carré ABCD et le triangle isocèle EFG.



Collège


J
O
I
1
Repère quelconque
J
O
I
2
Repère normé
J
O
I
3
Repère orthogonal
J
O
I
4
Repère orthonormé

Terminale S



Et ça ne suffit pas

- Repérage maritime
- GPS

Un jeu

Le trivoli

Géométrie dans l'espace

Jean, c'est à toi

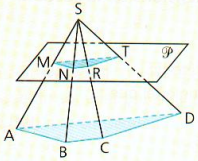
Géométrie dans l'espace : troisième

C Section d'une pyramide ou d'un cône de révolution

Propriété La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par **un plan parallèle à la base** est une **réduction** de la base.

Exemples

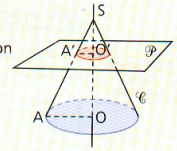
- La section de la pyramide SABCD par le plan $\mathcal{P}$ parallèle à la base est la réduction de la base ABCD de facteur k tel que :



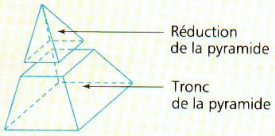
$$k = \frac{MN}{AB} = \frac{NR}{BC} = \frac{RT}{CD} = \frac{MT}{AD} = \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SR}{SC} = \frac{ST}{SD}$$

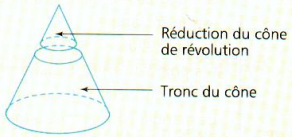
- La section du cône $\mathscr{C}$ par le plan $\mathcal{P}$ parallèle à la base est la réduction de la base de facteur k tel que :

$$k = \frac{O'A'}{OA} = \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA}$$



Remarque : En sectionnant une pyramide (ou un cône de révolution) par un plan parallèle à la base, on obtient deux solides : une pyramide (ou un cône), réduction de la pyramide (ou du cône) de départ et un autre solide appelé **tronc de pyramide** (ou de cône).



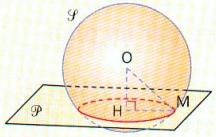


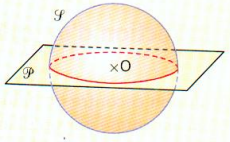
D Section d'une sphère

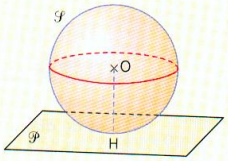
Propriété Soient O le centre d'une sphère $\mathcal{S}$, $\mathcal{P}$ un plan qui coupe la sphère $\mathcal{S}$, et H le point d'intersection de la droite passant par O et perpendiculaire au plan $\mathcal{P}$.
La **section de la sphère $\mathcal{S}$ par le plan $\mathcal{P}$** est un **cercle** de centre H.

Exemples

Soit R le rayon de la sphère. La distance OH est appelée **la distance du point O au plan $\mathcal{P}$**.







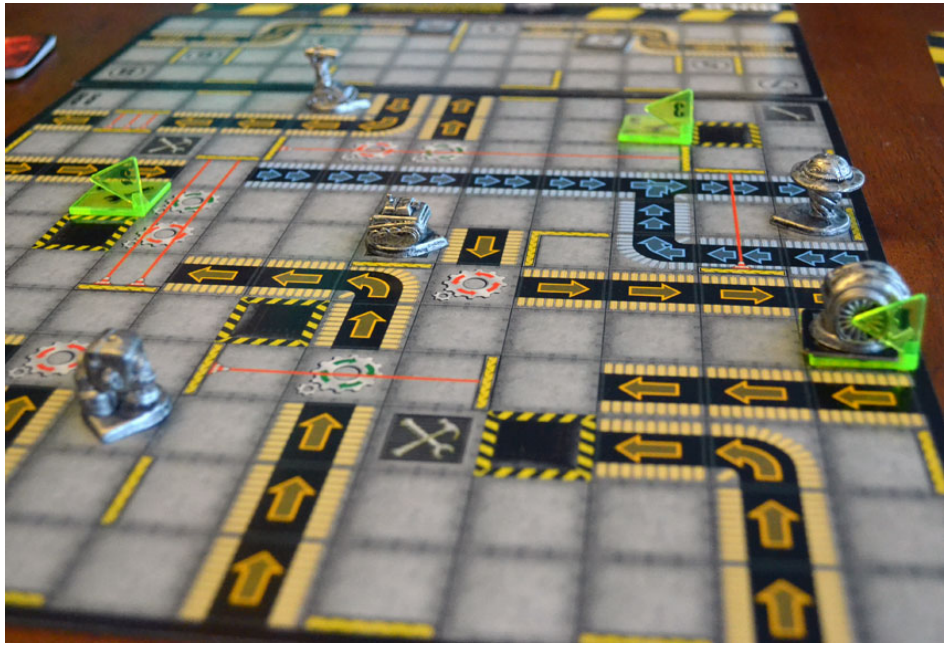
- Si $0 < OH < R$, alors le triangle OHM est rectangle en H quel que soit le point M de la section.
- Si $OH = 0$, alors la section est un grand cercle.
- Si $OH = R$, alors la section est réduite au point H. On dit que le plan et la sphère sont **tangents**.

Remarques : • Si $OH > R$, alors le plan ne coupe pas la sphère.
• La section d'une boule de rayon R par un plan est un **disque**.

Conclusion

Ce que je n'ai pas abordé :

- Le lien espace-géométrie : une porte à peine entrouverte. On ne peut espérer enrichir l'expérience spatiale des élèves de l'apport de la géométrie mathématique si dans l'enseignement, dès le départ, on ne leur permet pas d'expérimenter son intérêt en tant que moyen d'anticipation, dans des situations bien choisies.

- La représentation mentale : programmation des actions (Code.org, en vrai, la beebot)

Pour finir : un petit jeu