

Produit semidirect

Exercice 1 Parmi les suites exactes courtes vues en cours et les suivantes (dont on vérifiera qu'elles sont bien des suites exactes), dire lesquels sont scindés. Décrire un scindage et donner l'action associée.

a) $0 \longrightarrow \mathbb{Z} \xrightarrow{[\times 2i\pi]} \mathbb{C} \xrightarrow{\exp} \mathbb{C}^\times \longrightarrow 1$;

b) $1 \longrightarrow \mathrm{SL}_n(k) \longrightarrow \mathrm{GL}_n(k) \xrightarrow{\det} k^\times \longrightarrow 1$ avec $n \geq 1$;

c) $1 \longrightarrow \mathrm{SO}_n(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{O}_n(\mathbb{R}) \xrightarrow{\det} \{\pm 1\} \longrightarrow 1$ avec $n \geq 1$;

d) $1 \longrightarrow \mathrm{Z}(G) \longrightarrow G \longrightarrow \mathrm{Int}(G) \longrightarrow 1$;

e) Soit $\mathcal{E}$ un espace affine de direction E : $0 \longrightarrow E \xrightarrow{\mathrm{T}} \mathcal{GA}(\mathcal{E}) \longrightarrow \mathrm{GL}(V) \longrightarrow 1$