Formation PLCS 2013-2014

Le Calcul

Vincent Beck

6 février 2014

Pour la prochaine fois

Venir le 20 février avec des activités de préférence mises en pratique ayant trait à l'histoire des maths.

Ce que vous n'aurez pas ce matin

Représentation

1. Pour vous, c'est quoi le calcul ?

Représentation

1. Pour vous, c'est quoi le calcul ?
2. Comment enseignez-vous le calcul ?

Représentation

1. Pour vous, c'est quoi le calcul ?
2. Comment enseignez-vous le calcul ?
3. À quoi ça sert d'apprendre à calculer ?

Les difficultés

Toujours sur le calcul :

1. Quels sont les difficultés des élèves ?

Les difficultés

Toujours sur le calcul :

1. Quels sont les difficultés des élèves ?
2. Et les vôtres ?

Un document indispensable

La page d'accueil :
http ://eduscol.education.fr/cid45766/mathematiques-pour-le-college-et-le-lycee.html

Le document
Le calcul sous toutes ses formes

Le calcul

1. Calcul =

Le calcul

1. Calcul = Caillous

Le calcul

1. Calcul = Caillous (20000 ans, sumérien, égyptien (aire), ensemble de nombres...)

Le calcul

1. Calcul = Caillous (20000 ans, sumérien, égyptien (aire), ensemble de nombres...)
2. Maths = Calculs

Le calcul

1. Calcul = Caillous (20000 ans, sumérien, égyptien (aire), ensemble de nombres...)
2. Maths = Calculs
   - Calcul stochastique
   - Calcul matriciel
   - Calcul numérique
   - Calcul intégral
   - Calcul différentiel
   - Calcul infinitésimal
   - Calcul formel
   - Calcul symbolique/ombral
   - Calcul exact/approché

Le calcul

1. Calcul = Caillous (20000 ans, sumérien, égyptien (aire), ensemble de nombres...)
2. Maths = Calculs
   - Calcul stochastique
   - Calcul matriciel
   - Calcul numérique
   - Calcul intégral
   - Calcul différentiel
   - Calcul infinitésimal
   - Calcul formel
   - Calcul symbolique/ombral
   - Calcul exact/approché

   Géométrie : révolution cartésienne, les théorèmes de Pythagore et Thalès ;

Le calcul

1. Calcul = Caillous (20000 ans, sumérien, égyptien (aire), ensemble de nombres...)
2. Maths = Calculs
   - Calcul stochastique
   - Calcul matriciel
   - Calcul numérique
   - Calcul intégral
   - Calcul différentiel
   - Calcul infinitésimal
   - Calcul formel
   - Calcul symbolique/ombral
   - Calcul exact/approché

   Géométrie : révolution cartésienne, les théorèmes de Pythagore et Thalès ;

   Grandeurs et mesures : tout passe par le nombre

Le calcul

1. Calcul = Caillous (20000 ans, sumérien, égyptien (aire), ensemble de nombres...)
2. Maths = Calculs
   - Calcul stochastique
   - Calcul matriciel
   - Calcul numérique
   - Calcul intégral
   - Calcul différentiel
   - Calcul infinitésimal
   - Calcul formel
   - Calcul symbolique/ombral
   - Calcul exact/approché

   Géométrie : révolution cartésienne, les théorèmes de Pythagore et Thalès ;
   Grandeurs et mesures : tout passe par le nombre

   Renouveau du calcul dans les maths et (donc ?) dans l'enseignement

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur
- maths moderne : le quoi ?

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur
- maths moderne : le quoi ?
- aujourd'hui : calcul et raisonnement sont indissociables

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur
- maths moderne : le quoi ?
- aujourd'hui : calcul et raisonnement sont indissociables

Le calcul [...] est intrinsèquement lié à la construction des concepts mathématiques et des théories.

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur
- maths moderne : le quoi ?
- aujourd'hui : calcul et raisonnement sont indissociables

Le calcul [...] est intrinsèquement lié à la construction des concepts mathématiques et des théories.

Le calcul permet également de mettre en place de façon progressive et implicite les structures qui régissent les objets sur lesquels il agit.

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur
- maths moderne : le quoi ?
- aujourd'hui : calcul et raisonnement sont indissociables

Le calcul [...] est intrinsèquement lié à la construction des concepts mathématiques et des théories.

Le calcul permet également de mettre en place de façon progressive et implicite les structures qui régissent les objets sur lesquels il agit.

La pratique du calcul commence sur des objets encore mal formalisés. Son rôle est décisif pour familiariser les élèves avec ces objets, leur manipulation permettant ainsi d'en construire une représentation efficace.

L'évolution (très caricaturale) du calcul dans l'enseignement

- jusqu'aux maths modernes : apprentissage par cœur
- maths moderne : le quoi ?
- aujourd'hui : calcul et raisonnement sont indissociables

Le calcul [...] est intrinsèquement lié à la construction des concepts mathématiques et des théories.

Le calcul permet également de mettre en place de façon progressive et implicite les structures qui régissent les objets sur lesquels il agit.

La pratique du calcul commence sur des objets encore mal formalisés. Son rôle est décisif pour familiariser les élèves avec ces objets, leur manipulation permettant ainsi d'en construire une représentation efficace.

→ Attention aux calculettes, tableurs...

Les enjeux du calcul

- Mieux comprendre de nouveaux objets
- Découvrir et comprendre de nouvelles règles : vers le littéral
- Faire des démonstrations ! (la différence entre deux carrés consécutifs est un nombre impair)
- Moyen de contrôle (ordre de grandeur, calcul approché)
- Lien entre disciplines

Des situations

Pour les différentes activités proposées : faites-les, quelles compétences en calcul sont nécessaires à l'élève ? Quelles compétences cela développe-t-il ?

- Un triangle numérique : remplir 6 à 7 lignes du tableau, calculer la somme des différentes lignes, conjecturer le résultat pour la n^{e} ligne, calculer la somme des diagonales montantes, conjecturer le résultat pour la n^{e} diagonale. Peut-on expliquer ces résultats ? Quelle est la somme des entiers de 1 à 8. Où ce résultat se trouve-t-il dans le tableau ? Est-ce étonnant ?

Des situations

Pour les différentes activités proposées : faites-les, quelles compétences en calcul sont nécessaires à l'élève ? Quelles compétences cela développe-t-il ?

- Un triangle numérique : remplir 6 à 7 lignes du tableau, calculer la somme des différentes lignes, conjecturer le résultat pour la n^{e} ligne, calculer la somme des diagonales montantes, conjecturer le résultat pour la n^{e} diagonale. Peut-on expliquer ces résultats ? Quelle est la somme des entiers de 1 à 8. Où ce résultat se trouve-t-il dans le tableau ? Est-ce étonnant ?

- On considère la suite : 1,2,3,5,8,13,21,34,55,89. Choisissez deux nombres et construisez une suite de dix nombres de la même façon. Additionner les 10 nombres et diviser par le septième. Qu'obtenez-vous ? Diviser le 10e par le 9e et arrondissez au centième inférieur près ? Qu'obtenez-vous ?

Encore des situations

- (Kaprekar) Choisissez trois chiffres (non nul) et faites la différence entre le plus grand et le plus petit nombre en juxtaposant ces trois chiffres. Recommencez avec le résultat obtenu ? Et encore... Qu'observez-vous ? Pourquoi ? Que se passe-t-il à 4 chiffres ? à 5 chiffres ?

Encore des situations

- (Kaprekar) Choisissez trois chiffres (non nul) et faites la différence entre le plus grand et le plus petit nombre en juxtaposant ces trois chiffres. Recommencez avec le résultat obtenu ? Et encore... Qu'observez-vous ? Pourquoi ? Que se passe-t-il à 4 chiffres ? à 5 chiffres ?
- Compléter la suite suivante le plus loin possible : 15 46 23 70 35 106 53 160 80 40 20... Que se passe-t-il ? Et si on commence de 25 ? Et d'autres choses...

Toujours des situations

- Choisissez 4 nombres entiers (disons (a, b, c, d)). Calculer les 4 nombres suivants : l'écart entre a et b, celui entre b et c, celui entre c et d, puis celui entre d et a. Puis recommencer, encore et encore (ce n'est que le début d'accord, d'accord). Que constatez-vous ? Quel est le plus grand nombre du tableau ? Pourquoi ? Si les 4 nombres de départ sont pairs, que constatez-vous ? Et si on part de multiples de 5 ? En déduire une relation entre le tableau défini par (ka, kb, kc, kd) et celui défini par (a, b, c, d). Montrer qu'en au plus 4 étapes tous les nombres sont pairs. Et si on part de 3 nombres ? De 5 nombres ?

Toujours des situations

- Choisissez 4 nombres entiers (disons (a, b, c, d)). Calculer les 4 nombres suivants : l'écart entre a et b, celui entre b et c, celui entre c et d, puis celui entre d et a. Puis recommencer, encore et encore (ce n'est que le début d'accord, d'accord). Que constatez-vous ? Quel est le plus grand nombre du tableau ? Pourquoi ? Si les 4 nombres de départ sont pairs, que constatez-vous ? Et si on part de multiples de 5 ? En déduire une relation entre le tableau défini par (ka, kb, kc, kd) et celui défini par (a, b, c, d). Montrer qu'en au plus 4 étapes tous les nombres sont pairs. Et si on part de 3 nombres ? De 5 nombres ?

- La course à 20. On part de 0 ; chacun à notre tour, on a le droit d'ajouter 1,2 ou 3. Le premier qui arrive à 20 a gagné. Et s'il faut arriver à 23 ? Et si on a le droit d'ajouter seulement 1 ou 2 ?

Et le calcul instrumenté

- (La chute à 10) On part d'un nombre disons 487. Avec la calculatrice, on a simplement le droit d'appuyer sur un opération et un chiffre et on recommence... jusqu'à arriver sur 10. En combien d'étapes réussissez-vous ? Quelles sont les nombres qui nécessitent 2 étapes ? 3 étapes ? Pour un nombre à 3 chiffres quel est le nombre maximal d'étapes ?

Et le calcul instrumenté

- (La chute à 10) On part d'un nombre disons 487. Avec la calculatrice, on a simplement le droit d'appuyer sur un opération et un chiffre et on recommence... jusqu'à arriver sur 10. En combien d'étapes réussissez-vous ? Quelles sont les nombres qui nécessitent 2 étapes ? 3 étapes ? Pour un nombre à 3 chiffres quel est le nombre maximal d'étapes ?
- Afficher $12,7$ sur la calculatrice sans toucher aux touches 1, 2, 7 et , ou déterminer le quotient et le reste d'une division euclidienne en utilisant que $*$, $/$ et $=$

Et le calcul instrumenté

- (La chute à 10) On part d'un nombre disons 487. Avec la calculatrice, on a simplement le droit d'appuyer sur un opération et un chiffre et on recommence... jusqu'à arriver sur 10. En combien d'étapes réussissez-vous ? Quelles sont les nombres qui nécessitent 2 étapes ? 3 étapes ? Pour un nombre à 3 chiffres quel est le nombre maximal d'étapes ?
- Afficher $12,7$ sur la calculatrice sans toucher aux touches 1, 2, 7 et , ou déterminer le quotient et le reste d'une division euclidienne en utilisant que $*$, $/$ et $=$
- (avec les doigts). Multiplication sur les doigts : pourquoi ça marche ?

Des questions classiques

- Pourquoi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? Pourquoi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$. Et la somme de fractions ?

Des questions classiques

- Pourquoi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? Pourquoi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$. Et la somme de fractions ?
- Pourquoi $- \times - = +$?

Des questions classiques

- Pourquoi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? Pourquoi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$. Et la somme de fractions ?
- Pourquoi $- \times - = +$?
- Comment on explique l'algorithme de multiplication des décimaux ?

Des questions classiques

- Pourquoi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? Pourquoi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$. Et la somme de fractions ?
- Pourquoi $- \times - = +$?
- Comment on explique l'algorithme de multiplication des décimaux ?
- Pourquoi $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$?

Des questions classiques

- Pourquoi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? Pourquoi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$. Et la somme de fractions ?
- Pourquoi $- \times - = +$?
- Comment on explique l'algorithme de multiplication des décimaux ?
- Pourquoi $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$?
- Factoriser $x^2 - 64$? Comment vous avez fait ?

Des questions classiques

- Pourquoi $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$? Pourquoi $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $ad = bc$. Et la somme de fractions ?
- Pourquoi $- \times - = +$?
- Comment on explique l'algorithme de multiplication des décimaux ?
- Pourquoi $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$?
- Factoriser $x^2 - 64$? Comment vous avez fait ?
- Pourquoi deux fractions qui donne le même résultat à la calculatrice sont toujours égales même si le prof de maths aimerait bien que ce ne soit pas le cas ? Par exemple $\frac{17}{13}$ et $\frac{867}{663}$

Les calculs

Calculs	Mental	Écrit	Instrumenté
Calcul réfléchi			
Calcul automatisé			
Résultats mémorisés			