Les mathématiques à la rescousse de la physique quantique – et inversement

Nils Berglund

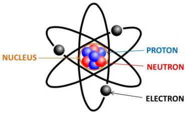
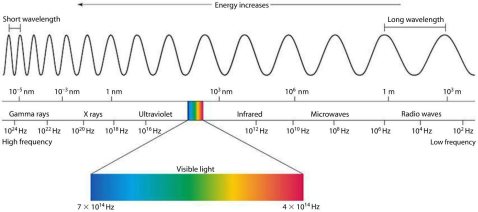
Institut Denis Poisson, Université d'Orléans
CNRS, UMR 7013
https://www.idpoisson.fr/berglund/

Diapos téléchargeables à l'adresse
https://www.idpoisson.fr/berglund/Blois19.pdf

Lycée Dessaignes, Blois, Décembre 2019

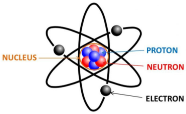
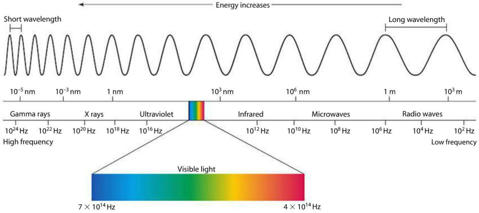
La Physique à la fin du XIXe siècle

L'univers est constitué

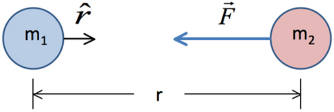
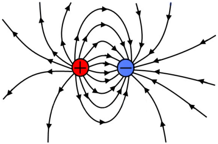
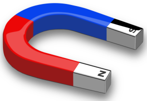
de matière (formée d'atomes)	et d'ondes électromagnétiques
	

La Physique à la fin du XIXe siècle

L'univers est constitué

de matière (formée d'atomes)	et d'ondes électromagnétiques
	

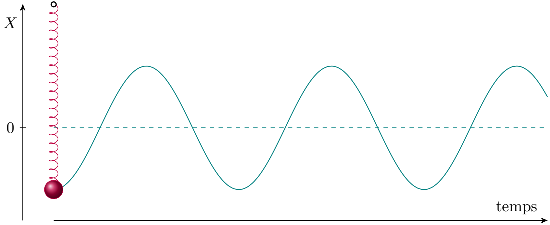
avec deux types d'interactions :

la gravitation	et les forces électromagnétiques
	 

$$\vec{F} = -\frac{G m_1 m_2}{r^2}\hat{r}$$

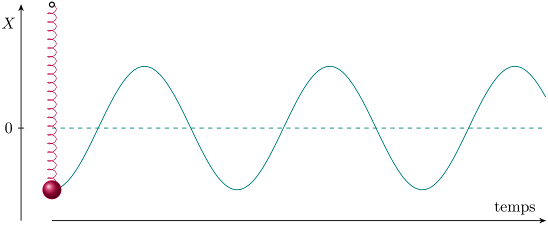
Un exemple : l'oscillateur harmonique

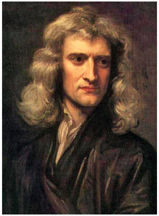
L'oscillateur harmonique, c'est simplement un poids au bout d'un ressort :



Un exemple : l'oscillateur harmonique

L'oscillateur harmonique, c'est simplement un poids au bout d'un ressort :

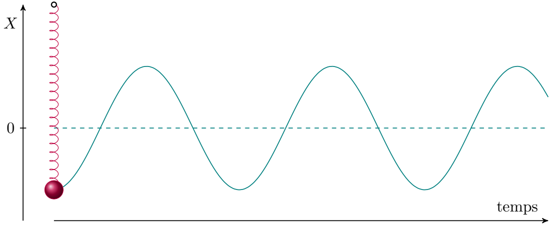


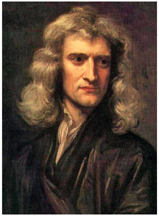


Seconde loi de Newton (1687) : $m\vec{a} = \vec{F}$

Un exemple : l'oscillateur harmonique

L'oscillateur harmonique, c'est simplement un poids au bout d'un ressort :



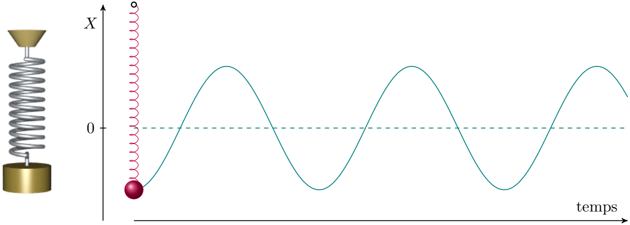


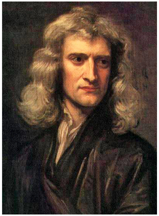
Seconde loi de Newton (1687) : $m\vec{a} = \vec{F}$

Equation différentielle ordinaire (EDO) : $mx''(t) = -kx(t)$

Un exemple : l'oscillateur harmonique

L'oscillateur harmonique, c'est simplement un poids au bout d'un ressort :





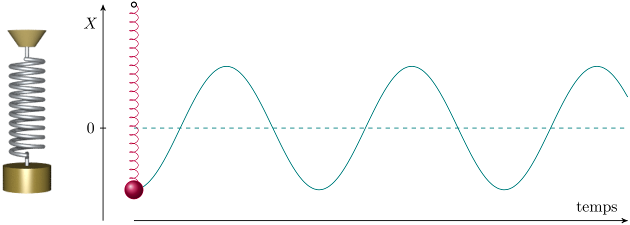
Seconde loi de Newton (1687) : $m\vec{a} = \vec{F}$

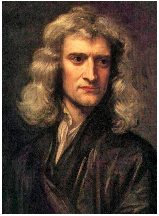
Equation différentielle ordinaire (EDO) : $mx''(t) = -kx(t)$

Solution : $x(t) = x(0)\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right) + \sqrt{\frac{m}{k}}v(0)\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$

Un exemple : l'oscillateur harmonique

L'oscillateur harmonique, c'est simplement un poids au bout d'un ressort :





Seconde loi de Newton (1687) : $m\vec{a} = \vec{F}$

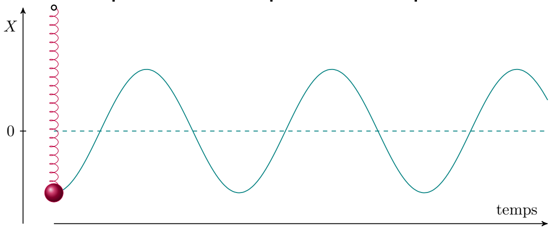
Equation différentielle ordinaire (EDO) : $mx''(t) = -kx(t)$

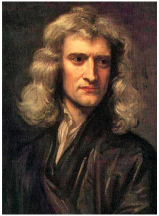
Solution : $x(t) = x(0)\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right) + \sqrt{\frac{m}{k}}v(0)\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$

Déterminisme de Laplace (1814): l'état présent de l'univers détermine son état futur

Un exemple : l'oscillateur harmonique

L'oscillateur harmonique, c'est simplement un poids au bout d'un ressort :





Seconde loi de Newton (1687) : $m\vec{a} = \vec{F}$

Equation différentielle ordinaire (EDO) : $mx''(t) = -kx(t)$

Solution : $x(t) = x(0)\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right) + \sqrt{\frac{m}{k}}v(0)\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$

Déterminisme de Laplace (1814): l'état présent de l'univers détermine son état futur

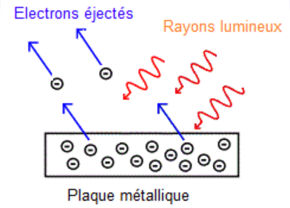
⚠ Déterministe n'implique pas facile à calculer !
(le mouvement peut être chaotique)

Début du XXe siècle : nouveaux phénomènes

L'effet photoélectrique

Nombre d'électrons émis $\propto$ fréquence de la lumière

Einstein (1906) : Les ondes électromagnétiques sont composées de particules (les photons)



Début du XXe siècle : nouveaux phénomènes

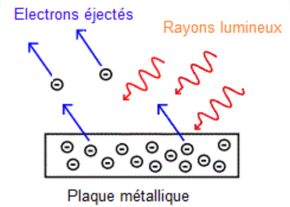
<table>
<tr>
<td>

L'effet photoélectrique

Nombre d'électrons émis $\propto$ fréquence de la lumière

Einstein (1906) : Les ondes électromagnétiques sont composées de particules (les photons)

</td>
<td>

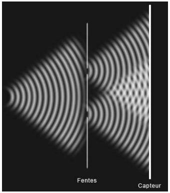


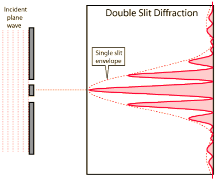
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Expérience des fentes de Young

Des particules envoyées sur deux fentes forment des franges d'interférences comme si c'était des ondes

</td>
<td>





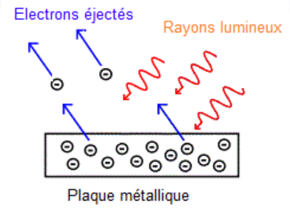
</td>
</tr>
</table>

Début du XXe siècle : nouveaux phénomènes

L'effet photoélectrique

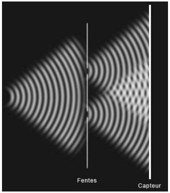
Nombre d'électrons émis $\propto$ fréquence de la lumière

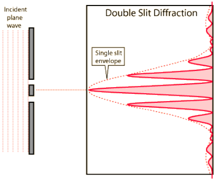
Einstein (1906) : Les ondes électromagnétiques sont composées de particules (les photons)



Expérience des fentes de Young

Des particules envoyées sur deux fentes forment des franges d'interférences comme si c'était des ondes





Nouvelles lois de la physique : la mécanique quantique

Équation de Newton $\rightarrow$ Équation de Schrödinger

Des nouveaux types d'interactions et de particules...

L'oscillateur harmonique quantique

Equation de Schrödinger (1925)

$|\psi(t,x)|^2 \sim$ proba d'être en x au temps t

$$\mathrm{i}\,\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}(t,x) = \underbrace{\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}k^2x^2\right]}_{H = \text{énergie de l'oscillateur}}\psi(t,x)$$

L'oscillateur harmonique quantique

Equation de Schrödinger (1925)

$|\psi(t,x)|^2 \sim$ proba d'être en x au temps t

$$\mathrm{i}\,\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}(t,x) = \underbrace{\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}k^2x^2 \right]}_{H = \text{énergie de l'oscillateur}} \psi(t,x)$$

$\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec constante de Planck

L'oscillateur harmonique quantique

Equation de Schrödinger (1925)

$|\psi(t,x)|^2 \sim$ proba d'être en x au temps t

$$\mathrm{i}\,\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}(t,x) = \underbrace{\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}k^2x^2\right]}_{H\,=\,\text{énergie de l'oscillateur}}\psi(t,x)$$

$\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec constante de Planck

C'est une équation aux dérivées partielles (EDP)

L'oscillateur harmonique quantique

Equation de Schrödinger (1925)
$|\psi(t,x)|^2 \sim$ proba d'être en x au temps t

$$\mathrm{i}\,\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}(t,x) = \underbrace{\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}k^2x^2\right]}_{H\,=\,\text{énergie de l'oscillateur}}\psi(t,x)$$

$\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec constante de Planck

C'est une équation aux dérivées partielles (EDP)

On considère d'abord l'équation aux valeurs propres

$H\psi_n(x) = E_n\psi_n(x)$

qui a des solutions (bornées) si $E_n = \hbar\sqrt{\frac{k}{m}}(n+\frac{1}{2})$

L'oscillateur harmonique quantique

Equation de Schrödinger (1925)

$|\psi(t,x)|^2 \sim$ proba d'être en x au temps t

$$\mathrm{i}\,\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}(t,x) = \underbrace{\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}k^2x^2\right]}_{H\,=\,\text{énergie de l'oscillateur}}\psi(t,x)$$

$\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Joule $\cdot$ sec constante de Planck

C'est une équation aux dérivées partielles (EDP)

On considère d'abord l'équation aux valeurs propres

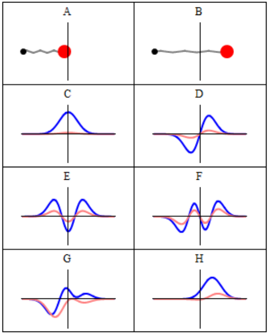
$$H\psi_n(x) = E_n\psi_n(x)$$

qui a des solutions (bornées) si $E_n = \hbar\sqrt{\frac{k}{m}}(n + \frac{1}{2})$

La solution générale s'écrit

$$\psi(t,x) = c_0(t)\psi_0(x) + c_1(t)\psi_1(x) + \dots$$

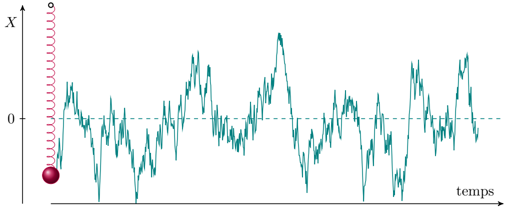
avec les $c_n(t)$ oscillant à fréquence $E_n/\hbar$



Source : Wikipedia

Analogie avec la physique statistique

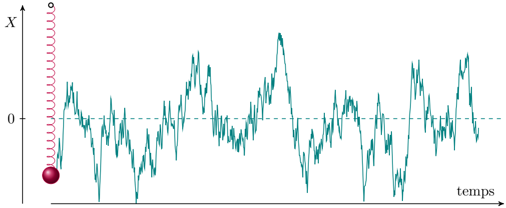
$\psi_0(x)$ décrit aussi un oscillateur classique, plongé dans un fluide chauffé



Equa. diff. stochastique (EDS) $x'(t) = -kx(t) + \sqrt{k_B T}\xi$ où ξ : «bruit»

Analogie avec la physique statistique

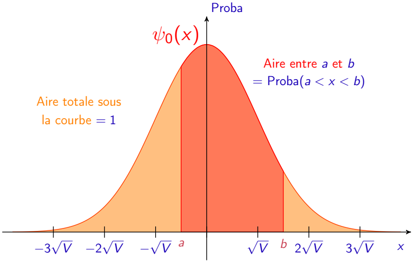
$\psi_0(x)$ décrit aussi un oscillateur classique, plongé dans un fluide chauffé



Equa. diff. stochastique (EDS) $x'(t) = -kx(t) + \sqrt{k_B T}\xi$ où ξ : «bruit»

Principe de Boltzmann–Gibbs

À l'équilibre à température T (mesurée en degrés Kelvin), x suit une distribution normale de moyenne 0 et variance $V = \frac{k_B T}{k}$ où $k_B = 1{,}3806 \times 10^{-23}$ Joules/Kelvin est la constante de Boltzmann.



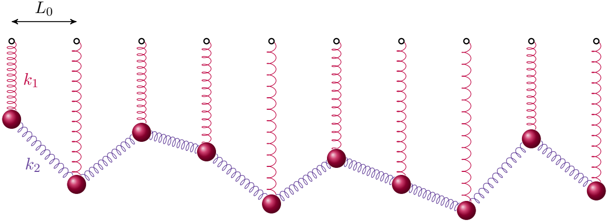
Et pour un champ électromagnétique (EM) ?

Un champ EM *classique* est décrit par des EDP, les équations de Maxwell

Et pour un champ électromagnétique (EM) ?

Un champ EM *classique* est décrit par des EDP, les équations de Maxwell

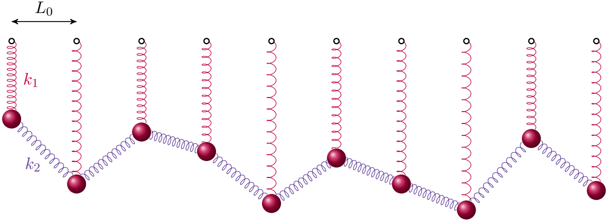
On le voit comme N oscillateurs de masse $1/N$ couplés avec $N \to \infty$



Et pour un champ électromagnétique (EM) ?

Un champ EM *classique* est décrit par des EDP, les équations de Maxwell

On le voit comme N oscillateurs de masse $1/N$ couplés avec $N \to \infty$

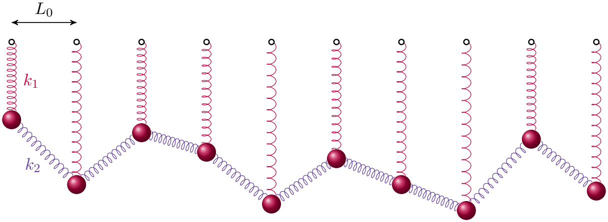


Énergie : somme de termes $\quad \frac{1}{2N} v_n^2 + \frac{k_1}{2} x_n^2 + \frac{k_2}{2} (x_{n+1} - x_n)^2$

Et pour un champ électromagnétique (EM) ?

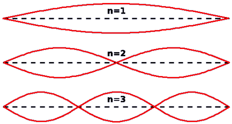
Un champ EM *classique* est décrit par des EDP, les équations de Maxwell

On le voit comme N oscillateurs de masse $1/N$ couplés avec $N \to \infty$



Énergie : somme de termes $\frac{1}{2N} v_n^2 + \frac{k_1}{2} x_n^2 + \frac{k_2}{2}(x_{n+1} - x_n)^2$

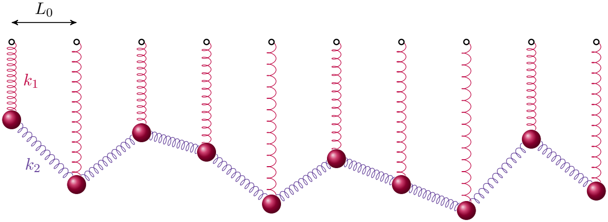
Les solutions se décomposent en modes de vibration périodiques, comme dans un instrument de musique (flûte, piano)



Et pour un champ électromagnétique (EM) ?

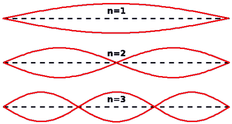
Un champ EM *classique* est décrit par des EDP, les équations de Maxwell

On le voit comme N oscillateurs de masse $1/N$ couplés avec $N \to \infty$



Énergie : somme de termes $\frac{1}{2N} v_n^2 + \frac{k_1}{2} x_n^2 + \frac{k_2}{2} (x_{n+1} - x_n)^2$

Les solutions se décomposent en modes de vibration périodiques, comme dans un instrument de musique (flûte, piano)



Electrodynamique Quantique (QED) :

On applique l'équation de Schrödinger avec cette énergie, puis on fait tendre N vers l'infini. Chaque mode devient un oscillateur harmonique, dont l'état d'énergie E_n s'interprète comme représentant n photons

Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

- **Problème 1 :** équations trop difficiles pour les résoudre

Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

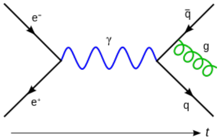
- **Problème 1 :** équations trop difficiles pour les résoudre
  $\Rightarrow$ On cherche de développements limités de la solution :
  $\psi = \psi_0 + \gamma\psi_1 + \gamma^2\psi_2 + \dots$

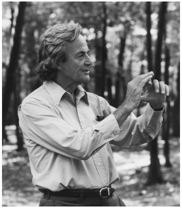
Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

- **Problème 1 :** équations trop difficiles pour les résoudre
  $\Rightarrow$ On cherche de développements limités de la solution :
  $\psi = \psi_0 + \gamma\psi_1 + \gamma^2\psi_2 + \dots$

  Représentation graphique :
  Diagrammes de Feynman
  (1948)



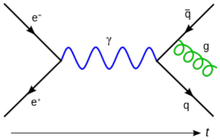


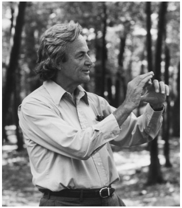
Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

- **Problème 1 :** équations trop difficiles pour les résoudre
  $\Rightarrow$ On cherche de développements limités de la solution :
  $\psi = \psi_0 + \gamma\psi_1 + \gamma^2\psi_2 + \dots$

  Représentation graphique :
  Diagrammes de Feynman
  (1948)





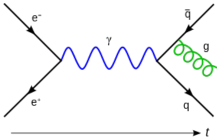
- **Problème 2 :** Certains diagrammes ont une valeur infinie !

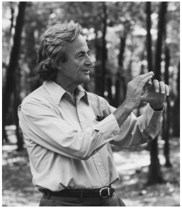
Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

- **Problème 1 :** équations trop difficiles pour les résoudre
  $\Rightarrow$ On cherche de développements limités de la solution :
  $\psi = \psi_0 + \gamma\psi_1 + \gamma^2\psi_2 + \dots$

  Représentation graphique :
  Diagrammes de Feynman
  (1948)





- **Problème 2 :** Certains diagrammes ont une valeur infinie !

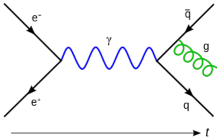
  $\Rightarrow$ Renormalisation : On modifie l'énergie du système à N ressorts en ajoutant des termes dépendant de N (et qui tendent vers l'infini)

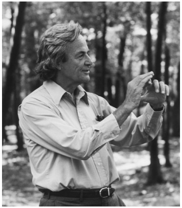
Électrons et photons en interaction

Énergie: $E = E_{\text{électrons}} + E_{\text{photons}} + \gamma E_{\text{interaction}}$

- **Problème 1 :** équations trop difficiles pour les résoudre
  $\Rightarrow$ On cherche de développements limités de la solution :
  $\psi = \psi_0 + \gamma\psi_1 + \gamma^2\psi_2 + \dots$

  Représentation graphique :
  Diagrammes de Feynman
  (1948)





- **Problème 2 :** Certains diagrammes ont une valeur infinie !

  $\Rightarrow$ Renormalisation : On modifie l'énergie du système à N ressorts en ajoutant des termes dépendant de N (et qui tendent vers l'infini)

  Interprétation : on modifie la charge et la masse de l'électron. Les valeurs mesurées tiennent compte de l'interaction avec les photons, et sont différentes de celles de l'électron isolé

Succès et échecs de la QED

- La théorie perturbative (développements limités en γ) prédit des résultats très proches des valeurs mesurées
  Exemple : moment magnétique anomal de l'électron, prédit correctement à 10 décimales

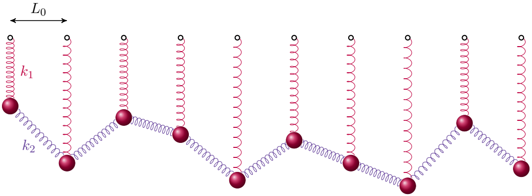
Succès et échecs de la QED

- La théorie perturbative (développements limités en γ) prédit des résultats très proches des valeurs mesurées
  Exemple : moment magnétique anomal de l'électron, prédit correctement à 10 décimales
- Mais impossible de donner un sens mathématique à ces développements !

Succès et échecs de la QED

- La théorie perturbative (développements limités en γ) prédit des résultats très proches des valeurs mesurées
  Exemple : moment magnétique anomal de l'électron, prédit correctement à 10 décimales
- Mais impossible de donner un sens mathématique à ces développements !

Modèle simplifié : le modèle Φ^4 («Phi-quatre»)

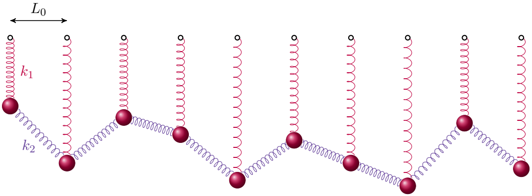


Énergie de la masse n : $\underbrace{\frac{1}{2N}v_n^2 + \frac{k_1}{2}x_n^2 + \frac{k_2}{2}(x_{n+1} - x_n)^2}_{\text{photons}} + \underbrace{\frac{\gamma}{N}x_n^4}_{\text{interaction}}$

Succès et échecs de la QED

- La théorie perturbative (développements limités en γ) prédit des résultats très proches des valeurs mesurées
  Exemple : moment magnétique anomal de l'électron, prédit correctement à 10 décimales
- Mais impossible de donner un sens mathématique à ces développements !

Modèle simplifié : le modèle Φ^4 («Phi-quatre»)



Énergie de la masse n : $\underbrace{\frac{1}{2N} v_n^2 + \frac{k_1}{2} x_n^2 + \frac{k_2}{2} (x_{n+1} - x_n)^2}_{\text{photons}} + \underbrace{\frac{\gamma}{N} x_n^4}_{\text{interaction}}$

Plusieurs travaux des années 1960–1980 arrivent à prouver que ce modèle est bien défini, mais les preuves sont extrêmement compliquées

Quantification et EDP stochastiques

Observation : l'état fondamental est aussi l'équilibre de l'EDP stochastique

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(t,x) - m\phi(t,x) - \gamma\phi(t,x)^3 + \underbrace{\xi(t,x)}_{\text{bruit espace-temps}}$$

Quantification et EDP stochastiques

Observation : l'état fondamental est aussi l'équilibre de l'EDP stochastique

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(t,x) - m\phi(t,x) - \gamma\phi(t,x)^3 + \underbrace{\xi(t,x)}_{\text{bruit espace-temps}}$$

On sait montrer l'existence de solutions (depuis 1982), et les étudier

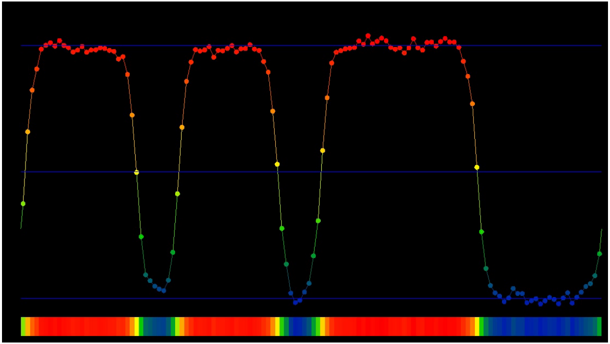
Quantification et EDP stochastiques

Observation : l'état fondamental est aussi l'équilibre de l'EDP stochastique

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi(t,x) - m\phi(t,x) - \gamma\phi(t,x)^3 + \underbrace{\xi(t,x)}_{\text{bruit espace-temps}}$$

On sait montrer l'existence de solutions (depuis 1982), et les étudier

Simulation (pour $m = -1$) :



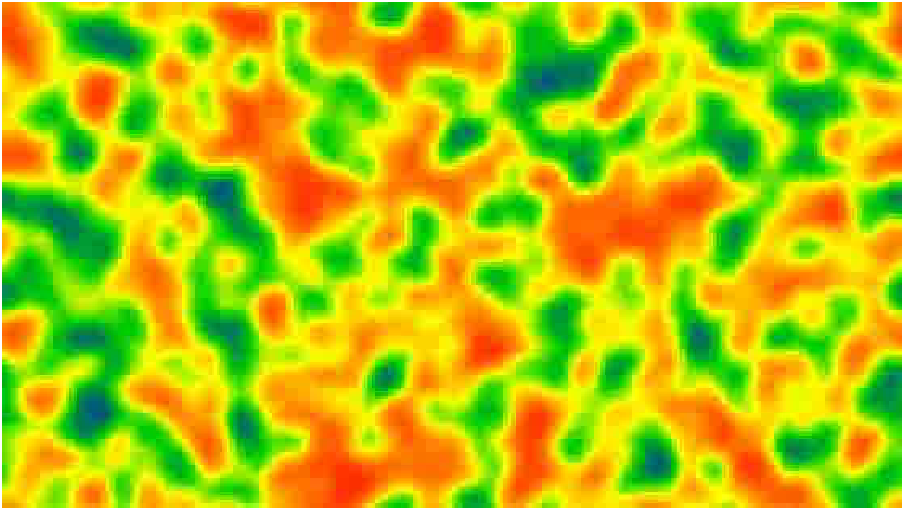
Le modèle Φ^4 en dimension 2

Mais notre univers a 3 dimensions (4 en comptant le temps).

Le modèle Φ^4 en dimension 2

Mais notre univers a 3 dimensions (4 en comptant le temps).

Regardons déjà la dimension 2 :



(Sur YouTube : `http://tinyurl.com/q43b6lf`)

EDP stochastiques (EDPS) singulières

En 2003, Giuseppe Da Prato et Arnaud Debussche montrent que l'EDPS Φ^4 en dimension 2, correctement renormalisée, admet des solutions

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\phi - m\phi - \gamma\phi^3 + 3C_N\phi + \xi_N$$

ξ_N constant sur des carrés de côté $1/N$, $C_N \sim \ln(N)$ et $N \to \infty$

EDP stochastiques (EDPS) singulières

En 2003, Giuseppe Da Prato et Arnaud Debussche montrent que l'EDPS Φ^4 en dimension 2, correctement renormalisée, admet des solutions

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\phi - m\phi - \gamma\phi^3 + 3C_N\phi + \xi_N$$

ξ_N constant sur des carrés de côté $1/N$, $C_N \sim \ln(N)$ et $N \to \infty$

En 2013, Martin Hairer met au point une nouvelle théorie, les structures de régularité, qui permet de traiter le cas de la dimension 3

EDP stochastiques (EDPS) singulières

En 2003, Giuseppe Da Prato et Arnaud Debussche montrent que l'EDPS Φ^4 en dimension 2, correctement renormalisée, admet des solutions

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\phi - m\phi - \gamma\phi^3 + 3C_N\phi + \xi_N$$

ξ_N constant sur des carrés de côté $1/N$, $C_N \sim \ln(N)$ et $N \to \infty$

En 2013, Martin Hairer met au point une nouvelle théorie, les structures de régularité, qui permet de traiter le cas de la dimension 3

Sa théorie utilise les idées des physiciens (diagrammes de Feynman, renormalisation), mais parvient à les rendre mathématiquement rigoureuses

EDP stochastiques (EDPS) singulières

En 2003, Giuseppe Da Prato et Arnaud Debussche montrent que l'EDPS Φ^4 en dimension 2, correctement renormalisée, admet des solutions

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\phi - m\phi - \gamma\phi^3 + 3C_N\phi + \xi_N$$

ξ_N constant sur des carrés de côté $1/N$, $C_N \sim \ln(N)$ et $N \to \infty$

En 2013, Martin Hairer met au point une nouvelle théorie, les structures de régularité, qui permet de traiter le cas de la dimension 3

Sa théorie utilise les idées des physiciens (diagrammes de Feynman, renormalisation), mais parvient à les rendre mathématiquement rigoureuses

Cette théorie s'applique aussi à beaucoup d'autres EDPS. Elle lui vaut la Médaille Fields en 2014

EDP stochastiques (EDPS) singulières

En 2003, Giuseppe Da Prato et Arnaud Debussche montrent que l'EDPS Φ^4 en dimension 2, correctement renormalisée, admet des solutions

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(t,x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\phi - m\phi - \gamma\phi^3 + 3C_N\phi + \xi_N$$

ξ_N constant sur des carrés de côté $1/N$, $C_N \sim \ln(N)$ et $N \to \infty$

En 2013, Martin Hairer met au point une nouvelle théorie, les structures de régularité, qui permet de traiter le cas de la dimension 3

Sa théorie utilise les idées des physiciens (diagrammes de Feynman, renormalisation), mais parvient à les rendre mathématiquement rigoureuses

Cette théorie s'applique aussi à beaucoup d'autres EDPS. Elle lui vaut la Médaille Fields en 2014

En dimension 4, on ne sait toujours pas traiter le modèle Φ^4. On s'attend à ce qu'il n'ait pas de solutions intéressantes

L'équation KPZ

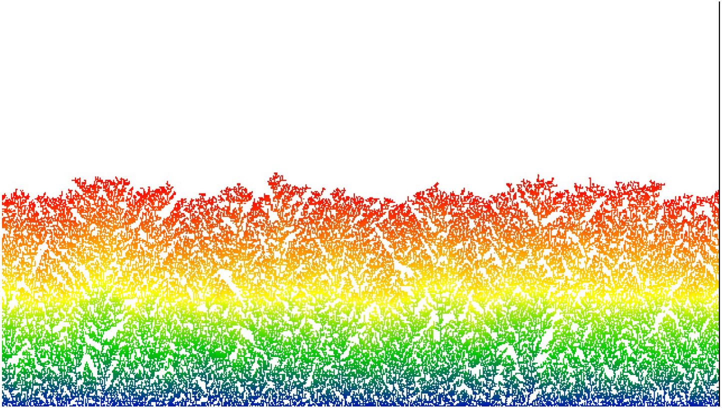
Introduite par Kardar, Parisi et Zhang (1986) : croissance d'une interface

$$\frac{\partial}{\partial t} h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} h(t,x) + \left(\frac{\partial h}{\partial x}(t,x) \right)^2 + \xi(t,x)$$

L'équation KPZ

Introduite par Kardar, Parisi et Zhang (1986) : croissance d'une interface

$$\frac{\partial}{\partial t}h(t,x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}h(t,x) + \left(\frac{\partial h}{\partial x}(t,x)\right)^2 + \xi(t,x)$$



Lien vers la vidéo

Un modèle de neurosciences (FitzHugh–Nagumo)

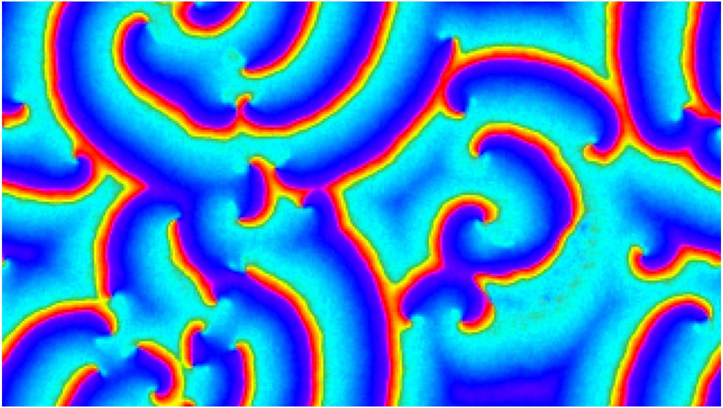
$$\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial x^2}u + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u + u + v - u^3 + 3C_N\phi + \xi_N \quad \text{potentiel membrane}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v = au + bv \quad \text{conductance}$$

Un modèle de neurosciences (FitzHugh–Nagumo)

$$\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial x^2}u + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u + u + v - u^3 + 3C_N\phi + \xi_N \qquad \text{potentiel membrane}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v = au + bv \qquad \text{conductance}$$



Lien vers la vidéo

Où sont les femmes ?

Où sont les femmes ?

Physique mathématique
et mécanique quantique

Sylvia Serfaty

Nalini Anantharaman

EDP stochastiques

Annie Millet

Anne de Bouard

Sandra Cerrai

Martina Hofmanova

Lisa Beck

Eulalia Nualart

Pour en savoir plus

- Articles dans Images des mathématiques :

  https://images.math.cnrs.fr/

  http://images.math.cnrs.fr/Les-diagrammes-de-Feynman-1.html

  http://images.math.cnrs.fr/Qu-est-ce-qu-une-Equation-aux.html

  https:

  //images.math.cnrs.fr/Resoudre-des-equations-en-comptant-des-arbres.html
- Quand les maths prennent formes, Dossier Pour la Science no 91, 2016 :

  https:

  //www.pourlascience.fr/sd/mathematiques/dossier-pour-la-science-91-751.php
- Sur YouTube :

  http://tinyurl.com/q43b6lf
- Cette présentation :

  https://www.idpoisson.fr/berglund/Blois19.pdf