

TD Mathématiques financières

Série 3 – Opportunités d’arbitrage, options

Exercice 1

On considère le modèle de marché suivant:

Ω	S_0	S_1
ω^1	(1, 4)	(1.05, 2)
ω^2	(1, 4)	(1.05, 3)

1. Calculer le coût d’acquisition du portefeuille initial d’un investisseur vendant à découvert 2 parts d’actif risqué, pour acheter 8 parts d’actif sans risque.
2. Calculer les valeurs possibles du portefeuille après évolution du cours des actifs, lorsque l’investisseur rembourse ses deux parts d’actif risqué, et conserve ses huit parts d’actif sans risque.
3. Trouver une stratégie pour gagner au moins 1200 Euros à moindre frais.
4. Le marché est-il viable?

Exercice 2

On considère le modèle de marché suivant:

Ω	S_0	S_1
ω^1	(1, 5)	(1.05, 5)
ω^2	(1, 5)	(1.05, 10)

1. Montrer que le marché est viable.
2. Calculer la valeur d’acquisition du portefeuille d’un investisseur vendant à découvert $2/5$ de part de titre risqué, et achetant $4/1.05$ parts d’actif sans risque. Calculer les valeurs possibles du portefeuille, après évolution du cours des actifs.
3. Donner la fonction de paiement f de l’option de vente au prix d’exercice $K = 7$. Montrer que le portefeuille ci-dessus permet de couvrir cette option.
4. Calculer l’endettement initial d’un investisseur empruntant $4/1.05$ parts d’actif sans risque, et achetant $2/5$ de part de titre risqué. Calculer les valeurs possibles de ce portefeuille, après évolution du cours des actifs. En déduire que l’acheteur de l’option f pourra, avec ce portefeuille, rembourser sa dette initiale.
5. Caractériser les aménagements de portefeuilles initiaux dont la valeur d’acquisition vaut 1. Combien de parts d’actif risqué doit-on vendre à découvert, de sorte à couvrir l’option dans le premier jeu d’aléa ω^1 ? Vérifier qu’une telle stratégie d’emprunt ne permettra pas de couvrir l’option dans le second jeu d’aléa ω^2 . En conclure que le prix de l’option f est nécessairement supérieur à 1.