

Première rencontre du projet ANR PERISTOCH

Paris, 23–24 mai 2022

LPSM, Bâtiment Sophie Germain, Salle 1013

Programme

Lundi 23 mai

9h30 – 10h00: Accueil et café

10h00 – 10h15: Ouverture de la rencontre

10h15 – 11h10: Eric Luçon (Paris Descartes)

Périodicité et comportement en temps long de systèmes en champ-moyen

11h15 – 12h10: Julien Barré (IDP Orléans)

Un système de particules en interaction via un graphe dynamique : une double limite lent-rapide / champ moyen

12h15 – 14h00: Pause déjeuner

14h00 – 14h55: Dorian Le Peutrec (IDP Orléans)

Asymptotiques spectrales précises pour des diffusions métastables non réversibles

15h00 – 15h35: Rita Nader (IDP Orléans)

Stochastic resonance in stochastic PDEs

15h40 – 16h10: Pause café

16h10 – 16h45: Zoé Agathe-Nerine (Paris Descartes)

Processus de Hawkes avec interaction spatiale sur des graphes aléatoires

16h50 – 17h45: Noé Cuneo (LPSM)

Processus de mesures quantiques répétées: renversement du temps, grandes déviations et singularités

Mardi 23 mai

9h30 – 10h00: Accueil et café

10h00 – 10h55: Nils Berglund (IDP Orléans)

An Eyring–Kramers law for slowly oscillating bistable diffusions

11h00 – 11h55: Maxime Mikikian (GREMI Orléans)

Phénomènes non linéaires dans les plasmas poussiéreux : Apparition d'oscillations multimodales

12h00 – 14h00 : Pause déjeuner

14h00 – 14h55 : Samuel Herrmann (IMB Dijon)

Exact simulation of the first time a diffusion process overcomes a given threshold

15h00 – 15h35 : Grégoire Panel (IDP Orléans)

Slow-fast dynamics in a stochastic Lotka-Volterra system

15h40 – 16h10 : Pause café

16h10 – 17h05 : Christophe Poquet (Lyon)

TCL pour la mesure empirique de diffusions interagissant selon un graphe d'Erdős-Renyi

17h10 – 18h00 : Discussion

Résumés/Abstracts

Zoé Agathe-Nerine : *Processus de Hawkes avec interaction spatiale sur des graphes aléatoires*

On considère une population de N neurones en interaction, modélisée par un processus de Hawkes multivarié : chaque neurone s'excite avec une intensité qui dépend du passé des neurones lui étant connectés. L'interaction entre les neurones se fait selon la réalisation d'un graphe aléatoire, où la probabilité de présence de chaque arête dépend de la position spatiale des neurones concernés. Nous étudions le comportement limite de ce modèle en grande population sur un intervalle de temps borné, et nous regardons comment l'inhomogénéité spatiale des interactions influence le comportement en temps long de la limite obtenue. Un travail en cours concerne l'étude du même système sur une échelle de temps non bornée, dans le cas d'un noyau synaptique exponentiel.

Julien Barré : *Un système de particules en interaction via un graphe dynamique : une double limite lent-rapide / champ moyen*

Motivés notamment par des exemples en biologie, nous étudions un système de particules browniennes, qui interagissent lorsqu'elles sont connectées dans un graphe. Ce graphe est lui-même en évolution. Lorsque cette évolution est rapide, nous obtenons une description macroscopique du système sous la forme d'une équation de Fokker-Planck non linéaire. Cette description nécessite une double limite, de type «lent-rapide» et «champ moyen», qu'il faut combiner.

Travail en commun avec José Antonio Carrillo, Pierre Degond, Paul Dobson, Michela Ottobre, Diane Peurichard et Ewelina Zatorska.

Nils Berglund : *An Eyring-Kramers law for slowly oscillating bistable diffusions*

We consider two-dimensional stochastic differential equations, describing the motion of a slowly and periodically forced overdamped particle in a double-well potential, subjected to weak additive noise. We give sharp asymptotics of Eyring-Kramers type for the expected transition time from one potential well to the other one. Our results

cover a range of forcing frequencies that are large with respect to the maximal transition rate between potential wells of the unforced system. The main difficulty of the analysis is that the forced system is non-reversible, so that standard methods from potential theory used to obtain Eyring–Kramers laws for reversible diffusions do not apply. Instead, we use results by Landim, Mariani and Seo that extend the potential-theoretic approach to non-reversible systems.

Noé Cuneo : *Processus de mesures quantiques répétées: renversement du temps, grandes déviations et singularités*

Je commencerai par introduire mathématiquement les processus de mesures quantiques répétées (sans connaissance préalable requise). Ensuite je vous proposerai un petit tour d’horizon des propriétés et singularités de la classe de distributions de probabilité que ces processus engendrent. Comme nous le verrons avec une série d’exemples, nous retrouvons à la fois des distributions familières (i.i.d, Markov, ...) et des distributions très singulières et hautement non-Gibbsiennes. Nous nous intéresserons en particulier aux singularités des grandes déviations de la production d’entropie, qui quantifie le degré d’irréversibilité de la dynamique.

Samuel Herrmann : *Exact simulation of the first time a diffusion process overcomes a given threshold*

The aim of our study is to propose a new exact simulation method for the first passage time (FPT) of a diffusion process $\{X_t, t \geq 0\}$. We shall consider either a continuous diffusion process (in collaboration with Cristina Zucca, University of Turin) either a jump diffusion (in collaboration with Nicolas Massin, University of Valenciennes). We define τ_L the first passage time through the level L :

$$\tau_L := \inf\{t \geq 0 : X_t \geq L\} .$$

In order to exactly simulate τ_L , we cannot use an explicit expression of its density. The classical way to overcome this difficulty is to use efficient algorithms for the simulation of sample paths, like discretization schemes. Such methods permit to obtain approximations of the first-passage times as a by-product. For efficiency reasons, it is particularly challenging to simulate directly this hitting time by avoiding to construct the whole paths. The authors introduce a new rejection sampling algorithm which permits to perform an exact simulation of the first-passage time for general one-dimensional diffusion processes. The main ideas are based both on a previous algorithm pointed out by A. Beskos et G. O. Roberts which uses Girsanov’s transformation and on properties of Bessel paths. The efficiency of the method is described through theoretical results and numerical examples

Dorian Le Peutrec : *Asymptotiques spectrales précises pour des diffusions métastables non réversibles*

Dans cet exposé, nous nous intéresserons à la dynamique de Langevin sur-amortie $dX_t = -U(X_t) dt + \sqrt{2h} dB_t$ dans la limite $h \rightarrow 0$ lorsque $U : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ est un champ vectoriel régulier tel que, pour une certaine fonction régulière $V : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, la dynamique est invariante par rapport à $e^{-V/h}$. Nous nous intéresserons plus précisément aux propriétés du bas spectre du générateur de la dynamique, c-à-d $L = -h\Delta + U \cdot \nabla$,

et à leurs liens avec le comportement en temps long de la dynamique dans le régime $h \rightarrow 0$. Si le temps le permet, nous regarderons aussi l'extension de ces résultats à certaines dynamiques non elliptiques. (D'après des travaux en collaboration avec Laurent Michel et Jean-François Bony)

Eric Luçon: *Périodicité et comportement en temps long de systèmes en champ-moyen*

Le but de cet exposé est de faire le point sur divers travaux récents faits en commun avec Christophe à propos du comportement en grande population et temps long de diffusions en champ-moyen. La dynamique de chaque particule se décompose en un terme de dynamique locale (par exemple de type excitable) et un couplage linéaire avec le reste de la population. Sur une échelle de temps fini, la dynamique de la mesure empirique de la population est correctement décrite par une equation de Fokker-Planck non linéaire. On s'intéresse principalement à deux questions: 1) l'existence de solutions périodiques pour cette EDP (possiblement induites par le bruit et l'interaction) et 2) les effets de taille finie sur la mesure empirique du système vis-à-vis de ces solutions périodiques, sur des échelles de temps grandes. On répondra à ces deux questions notamment dans le cas du modèle de FitzHugh-Nagumo.

Maxime Mikikian: *Phénomènes non linéaires dans les plasmas poussiéreux : Apparition d'oscillations multimodales*

Les plasmas sont des gaz ionisés que l'on rencontre aussi bien à l'état naturel que dans l'industrie. En plus des atomes, molécules, ions et électrons, ils contiennent fréquemment des objets solides (poussières) dont la taille peut varier du nanomètre au centimètre. Ces plasmas, que l'on nomme alors plasmas poussiéreux [1], sont très répandus en astrophysique (queues de comètes, atmosphères planétaires, ...), dans l'industrie (notamment en microélectronique et nanotechnologie) et au bord des plasmas de fusion thermonucléaire. Ces milieux ont de fortes similitudes avec les milieux granulaires et les colloïdes. La présence des poussières peut affecter considérablement l'équilibre du plasma car elles captent les électrons libres qui assurent l'ionisation. De nombreuses instabilités basse fréquence ($<$ quelques kHz) peuvent alors apparaître avec le plus souvent un caractère fortement non linéaire. C'est notamment le cas de l'instabilité «heartbeat» qui affecte une zone vide de poussières au centre du plasma. La taille de cette zone se met à osciller dans une suite de contractions et d'expansions faisant penser au battement d'un coeur [2]. La mesure des caractéristiques du plasma révèle une dynamique complexe avec l'apparition d'oscillations multimodales (mixed-mode oscillations ou MMOs) [3] observées pour la première fois dans les plasmas poussiéreux. Les MMOs consistent en une alternance d'oscillations de petite et grande amplitude, ces dernières étant le plus souvent des phénomènes de relaxation du système. Ce type particulier d'oscillations se rencontre aussi dans certaines réactions chimiques oscillantes (Belousov-Zhabotinskii) et dans l'activité neuronale (modèles de Hodgkin-Huxley ou FitzHugh-Nagumo) en lien avec de nombreuses théories des systèmes dynamiques. Dans ce travail, sont présentés les résultats expérimentaux obtenus et des analyses préliminaires concernant notamment le nombre de petites oscillations apparaissant entre les grandes. Ces résultats montrent que les plasmas poussiéreux sont le siège de nombreux phénomènes dy-

namiques complexes et peuvent ainsi devenir de nouveaux domaines d'application des théories des systèmes dynamiques.

Références:

1. M. Mikikian, L. Couëdel, M. Cavarroc, Y. Tessier, L. Boufendi, *Dusty Plasmas : Synthesis, Structure and Dynamics of a Dust Cloud in a Plasma*, Eur. Phys. J. Appl. Phys. 49, 13106 (2010)
2. M. Mikikian, L. Couëdel, M. Cavarroc, Y. Tessier, L. Boufendi, *Threshold phenomena in a throbbing complex plasma*, Phys. Rev. Lett. 105, 075002 (2010)
3. M. Mikikian, M. Cavarroc, L. Couëdel, Y. Tessier, L. Boufendi, *Mixed-Mode Oscillations in Complex Plasma Instabilities*, Phys. Rev. Lett. 100, 225005 (2008)

Rita Nader : Stochastic resonance in stochastic PDEs

We consider stochastic partial differential equations (SPDEs) on the one-dimensional torus, driven by space-time white noise, and with a time-periodic drift term, which vanishes on two stable and one unstable equilibrium branches. Each of the stable branches approaches the unstable one once per period. We prove that there exists a critical noise intensity, depending on the forcing period and on the minimal distance between equilibrium branches, such that the probability that solutions of the SPDE make transitions between stable equilibria is exponentially small for subcritical noise intensity, while they happen with probability exponentially close to 1 for supercritical noise intensity. Concentration estimates of solutions are given in the H^s Sobolev norm for any $s < \frac{1}{2}$. The results generalise to an infinite-dimensional setting those obtained for 1-dimensional SDEs.

Grégoire Panel : Slow-fast dynamics in a stochastic Lotka-Volterra system

Stochastic Lotka-Volterra systems are a family of Markovian processes that model the evolution of some populations of different species, which are preys or predators of one another. These systems preserve the total number of individuals N . In this seminar, we will study the large N dynamics of such a system with three species. We'll show that the dynamics is a slow-fast system: even though the evolution is fast, an homogeneity index evolves slowly and at the large N limit, it obeys a Stochastic Differential Equation on a compact set. However, because of some difficulties identified at the boundaries, this is not enough to prove that this limit is Markovian. We'll discuss about some possibilities to overcome these difficulties.

Christophe Poquet : TCL pour la mesure empirique de diffusions interagissant selon un graphe d'Erdős-Rényi

On s'intéressera aux fluctuations de la mesure empirique de systèmes de diffusions interagissant selon un graphe d'Erdős-Rényi. On verra en particulier que, selon le choix des conditions initiales, ces fluctuations peuvent être différentes de celles obtenues dans le cas où l'interaction est de type champ moyen.