

Devoir sur table no 2 (1h).

**Exercice 1.** On considère  $E = \{1; 2; \dots; 6\}$  l'ensemble des numéros des 6 faces d'un dé. Ce dé est truqué. On pose

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\{1\}) &= \frac{1}{12}, & \mathbb{P}(\{2\}) &= \frac{4}{12}, & \mathbb{P}(\{3\}) &= \frac{2}{12}, \\ \mathbb{P}(\{4\}) &= \frac{1}{12}, & \mathbb{P}(\{5\}) &= \frac{3}{12}, & \mathbb{P}(\{6\}) &= \frac{1}{12}.\end{aligned}$$

On pose  $X : E \longrightarrow \mathbb{R}$  tel que  $X(k) = k$  (L'application identité).

- (1) Calculer l'espérance  $\mathbb{E}(X)$  et la variance  $\mathbb{V}(X)$ .
- (2) Calculer la fonction de répartition de  $X$  et tracer cette fonction.
- (3) Calculer  $\mathbb{E}(2X - 1)$  (A l'aide de la définition et avec le minimum de calcul).

**Exercice 2.** On lance deux dés équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note  $Y$  la somme des deux résultats. On note  $\mathbb{P}'$  la probabilité associée à cette expérience.

- (1) (a) Ecrire le domaine et l' image de l'application  $Y$ .  
 (b) Calculer  $\mathbb{P}'(Y = 5)$ .
- (2) Maintenant on lance  $n$  fois de suite les 2 dés équilibrés. On note  $Y_k$  la somme des deux résultats pour le  $k$ -ième lancer et on note  $R$  le nombre de fois où la somme des deux dés vaut 5.
  - (a) Calculer  $\mathbb{P}(R = 0)$ ,  $\mathbb{P}(R = 1)$  et  $\mathbb{P}(R = 2)$ .
  - (b) Donner la loi de  $R$  ( Calculer  $\mathbb{P}(R = k)$  pour  $k$  dans l'image de  $R$ ).

(Si besoin, on pourra pour s'aider décrire l'univers de cette expérience).

**Exercice 3.** Soit  $\Omega = \mathbb{N}^*$  et  $0 < p < 1$ . Pour  $k \in \Omega$ , on pose  $\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$ .

- (1) Montrer que  $\mathbb{P}$  est une probabilité sur  $\Omega$ .
- (2) Calculer  $\mathbb{E}(X)$ .
- (3) Quel nom porte cette loi de probabilité ?