

Systèmes différentiels

1. Les matrices suivantes sont-elles diagonalisables? triangularisables? dans \mathbb{R} ou dans \mathbb{C} ? Dans chaque base on donnera une base qui réalise cette réduction.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ -8 & 4 & 13 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 & -6 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Résoudre les systèmes linéaires suivants en discutant selon les valeurs des paramètres éventuels.

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -2x + y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 15 \end{cases}; \quad \begin{cases} 7x + 3y = 2 \\ x - 2y = -3 \\ 4x + 9y = 11 \end{cases}; \quad \begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 1 \\ -x + y = 1 \end{cases};$$

$$\begin{cases} kx + y + z = \lambda x \\ x + ky + z = \lambda y \\ x + y + kz = \lambda z \end{cases}$$

3. Résoudre les systèmes différentiels

$$\begin{cases} x' = 2y \\ y' = x - y \end{cases}; \quad \begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x - y \end{cases};$$

Déterminer la solution qui vérifie $x(0) = 1 = y(0)$.

4. Résoudre les systèmes différentiels suivants

$$\begin{cases} x' + 2x + 4y = 4t + 1 \\ y' + x - y = \frac{3}{2}t^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x' - y = \cos t \\ y' + x = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x' = x + y + 2t \\ y' = -x + 3y - 2t \end{cases}$$

5. Résoudre les systèmes différentiels suivants

$$(S_1) \begin{cases} x' = x - 2y - z \\ y' = -x + y + z \\ z' = x - z \end{cases}$$

Pour le système (S_1) , calculer la solution qui vérifie $x(0) = 1, y(0) = 0 = z(0)$.

6. Résoudre les systèmes différentiels

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -x + y + z \\ y' = x - y + z \\ z' = x + y - z \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x' = x + y \\ y' = -x + 2y + z \\ z' = x + z \end{array} \right. ;$$

7. Résoudre le système différentiel

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -7x + 12y - 8z - t + e^t \\ y' = -2x + 3y - 4z + t + e^t \\ z' = 2x - 6y + z + 2t + e^t \end{array} \right.$$

8. Résoudre le système différentiel

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x + 3y + 3z \\ y' = -x + 5y + 4z \\ z' = x - y \end{array} \right.$$

9. Résoudre les systèmes différentiels suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = 3x + y \\ y' = -4x - y \\ z' = -4x - 8y + 2z \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x' = 4x - 18y + 9z \\ y' = -x + 5y - 2z \\ z' = -3x + 14y - 6z \end{array} \right.$$

10. Résoudre le système différentiel

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x + y - 8z \\ y' = -x + 2y - 4z + 1 \\ z' = x + z \end{array} \right.$$