

Enseigner avec l'histoire des mathématiques

Vincent Perrollaz

20 septembre 2025

Table des matières

1	Composition des groupes et choix des sujets	2
2	Modalité	2
2.1	Organisation des séances	2
2.2	Evaluation	2
3	Contenu de la soutenance	2
4	Sujets	3
4.1	Axiomes d'Euclide	3
4.2	Perspective et géométrie projective	3
4.3	Coniques	3
4.4	Quadratures	3
4.5	Cartographie	4
4.6	Arithmétique	4
4.7	Brachistochrone	4
4.8	Caractéristique d'Euler	4
4.9	Probabilités subjectives	4
4.10	Théorie des Graphes	4
4.11	Formule de Cardan	5
5	Références générales	5

1 Composition des groupes et choix des sujets

1. Agathe Pineda, Emmanuel Guillon : Brachistochrone.
2. Lyse Guérard, Coralie Delrue : Problème des Partis.
3. Mani Rivereau, Kassim Traoré : Caractéristique d'Euler.
4. Rémi Kocon, Bulat Kuzyaev : Théorie des graphes.
5. Andrea Roux, Clarisse Lefort, Robin Dernys : Formule de Cardan.

2 Modalité

2.1 Organisation des séances

- 1 séance de présentation de 2h début septembre
- M'informer par mail de la composition des groupes et du choix des sujets
- 3 séances de suivi de 30min courant octobre (2 groupes par séances à votre convenance)
- 3 séances de 3h début décembre pour les soutenances (2 groupes par créneau à votre convenance)

2.2 Evaluation

- Par groupe (5 de 2 personnes, 1 de 3 personnes)
- 1 mémoire couvrant l'ensemble du sujet, rendre une préversion avant la soutenance, et une version définitive à la rentrée de janvier.
- 1 soutenance de 1h30

3 Contenu de la soutenance

1. Aspects historiques
 - Présenter le contexte historique du sujet.
 - Présenter les enjeux.
 - Apprécier les échelles de temps.
 - Apprécier les difficultés historiques dans le développement.
2. S'en servir pour organiser la logique de la présentation : quoi, pourquoi, comment ?
3. Faire au moins une démonstration substantielle.
4. Préparer un exercice
 - Choisir l'objectif global en prenant en compte son intérêt stratégique.
 - Faire une preuve du résultat.
 - Analyser les prérequis.
 - Découper en questions intermédiaires.
 - Préparer la correction.
 - Préparer un débriefing.

Le tout est destiné à des élèves connaissant moins le sujet que ceux qui présentent. Ce n'est **PAS** unexposé à destination d'un professeur qui connaît mieux le sujet !

On fera aussi particulièrement au timing de la séance qui est une des difficultés de l'exercice.

4 Sujets

4.1 Axiomes d'Euclide

1. Introduction des axiomes d'Euclide avec une emphase particulière sur le 5ème.
2. Exploration de la géométrie sphérique pour voir une première alternative où les quatre premiers sont satisfait mais pas le dernier.
3. Exploration d'un modèle de la géométrie hyperbolique : demi plan supérieur, disque de Poincaré, « hyperboloïde ».

On pourra commencer par consulter cette fiche wikipedia.

4.2 Perspective et géométrie projective

1. Principe de la camera obscura.
2. Dessiner avec des points de fuites à la règle.
3. Théorèmes de Pappus et Desargues.

On pourra commencer par consulter cette fiche wikipedia et cette fiche wikipedia.

4.3 Coniques

1. Commencer par décrire les ellipses avec les foyer.
2. Puis regarder la version 3d avec les sphères de Dandelin.
3. Finir par l'exposition cartésienne.

On étudiera les deux premiers chapitres (**Introduction** et **Geometry of Conic Sections**) du livre **Real Algebraic Geometry** de Vladimir Arnold.

4.4 Quadratures

1. Voir les calculs intégraux avant le théorème fondamental du calcul différentiel
2. Méthode d'Archimède
3. Méthode de Fermat.

On pourra commencer par consulter cette fiche wikipedia.

On étudiera aussi le chapitre 1 (**Historical Highlights**) du livre **Lebesgue Measure and Integration an Introduction** de Burk.

4.5 Cartographie

L'objectif est d'exposer en particulier :

1. La projection cylindrique.
2. La projection de Mercator.
3. La projection de Peters.

On pourra faire aussi une rapide introduction au Théorème egregium mais bien sûr sans preuve générale, juste sur un ou des cas particuliers.

On pourra commencer par consulter cette fiche wikipedia.

4.6 Arithmétique

L'objectif est d'exposer le méthode de la corde et de la tangente pour résoudre quelques équations diophantiennes. On pourra commencer par lire la section 1.3 (**Rational Points on the Circle**) du livre **Mathematics and its History** de Stillwell.

4.7 Brachistochrone

On commencera par regarder cette page wikipedia. On cherchera à utiliser des méthodes qui précèdent le calcul des variations en particulier celle utilisant le principe de Fermat. Dans ce sens, on regardera cette vidéo youtube.

4.8 Caractéristique d'Euler

Formule reliant le nombre de sommets, d'arrêtes et de faces d'un polyèdre ou d'un graphe planaire. On commencera par consulter cette fiche wikipedia et cette fiche wikipedia.

4.9 Probabilités subjectives

L'approche traditionnelle des probabilités est basée sur l'analyse des fréquences. Philosophiquement cela semble nécessiter la répétition d'un grand nombre d'expériences pour pouvoir appliquer la théorie des probabilités à l'analyse d'un événement. On peut alternativement chercher à se baser sur le degré de croyance en la réalisation d'un événement.

On pourra lire l'article original de de Finetti.

On pourra également consulter les deux premiers chapitres (**Plausible reasoning** et **The quantitative rules**) du livre **Probability Theory The Logic of Science** de Jaynes.

4.10 Théorie des Graphes

On commencera par le problème des ponts de Königsberg via cette fiche wikipedia. On exposera les rudiments de la théorie des graphes ensuite. On

consultera l'ouvrage « Graph Theory 1736–1936 » de Briggs à la bibliothèque du laboratoire.

4.11 Formule de Cardan

1. Introduire la méthode de Cardan sur un exemple d'équation réduite

$$x^3 + ax + b = 0.$$

2. Trouver une motivation géométrique.

3. Appliquer à

$$(x + 3)(x - 1)(x - 2) = x^3 - 7x + 6$$

pour voir apparaître les complexes comme intermédiaires de calcul entre les réels.

On pourra commencer par consulter cette fiche wikipedia.

5 Références générales

- Hairer Wanner : L'analyse au fil de l'histoire. Bibliothèque Laboratoire.
Cours d'analyse informé par le déroulement historique.
- Ostermann Wanner : Geometry by its history. Bibliothèque Laboratoire.
Pour ce qui concerne la géométrie.
- Stillwell : Mathematics and its history. Bibliothèque Laboratoire. Pour une histoire générale des mathématiques.