

Nom :

Prénom :

Groupe :

Contrôle du 17 novembre 2017. Durée totale de l'épreuve : 40 minutes

Les documents et les calculatrices scientifiques ne sont pas autorisés.

1. On note $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la base canonique de R^3 .

(a) Donner l'équation cartésienne du plan vectoriel P orthogonal au vecteur $\vec{n} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

(b) Déterminer $t \in \mathbb{R}$ tel que $\vec{u} = 2\vec{i} + 2t\vec{j} + t\vec{k}$ appartienne à P . Cela fixe $\vec{u}$ pour la suite.

(c) Compléter $\vec{u}$ en une base orthogonale du plan P et puis en déduire une base orthonormée $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de P .

(d) Compléter $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ en une base orthonormée $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ de R^3 .

(e) Décomposer le vecteur $\vec{a} = \vec{i} - \vec{k}$ dans cette base.

(f) Calculer le cosinus de l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{a}$.

2. On considère les applications linéaires

$$f(x, y, z) = (x - y, x - y + z) \quad \text{et} \quad g(u, v) = (u + v, 2u - v, u + 2v).$$

- (a) Préciser les espaces de départ et d'arrivée de f et de g .

- (b) Donner les matrices M_f et M_g associées à f et g dans les bases canoniques.

- (c) Montrer que l'image de g est un plan vectoriel et en donner une équation cartésienne.

- (d) Montrer que le noyau de f est une droite vectorielle et en donner un vecteur directeur.

- (e) Montrer que le produit de matrices $M_g M_f$ est bien défini. Le calculer. En déduire l'expression de l'application composée $g \circ f$.