

Nom :

Prénom :

Groupe :

Contrôle du 18 novembre 2016. Durée totale de l'épreuve : 40 minutes

Les documents et les calculatrices scientifiques ne sont pas autorisés.

1. On note $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la base canonique de R^3 . On considère le plan P d'équation $4x - y + 2z = 0$.

- (a) Pour quel $t \in \mathbb{R}$ le vecteur $\vec{u} = \vec{i} + t\vec{j} - \vec{k}$ appartient-il à P ? Dans la suite, on notera $\vec{u}$ le vecteur correspondant à ce t .

- (b) Donner un vecteur non nul $\vec{n}$ orthogonal au plan P .

- (c) Compléter $\vec{u}$ en une base orthogonale du plan P et puis en déduire une base orthonormée $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ de P .

- (d) Compléter $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ en une base orthonormée $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ de R^3 .

- (e) Décomposer le vecteur $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ dans cette base.

- (f) Calculer le cosinus de l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{a}$.

2. On considère les applications linéaires

$$f(u, v) = (u - v, 2u + v, u + 2v) \quad \text{et} \quad g(x, y, z) = (x + y, x - y + z).$$

- (a) Préciser les espaces de départ et d'arrivée de f et de g .

- (b) Donner les matrices M_f et M_g associées à f et g dans les bases canoniques.

- (c) Montrer que l'image de f est un plan vectoriel et en donner une équation cartésienne.

- (d) Montrer que le noyau de g est une droite vectorielle et en donner un vecteur directeur.

- (e) Calculer la matrice $M_{g \circ f}$ de $g \circ f$ en faisant un produit de matrices.