

Nom :

Prénom :

Groupe :

Contrôle du 2 décembre 2016. Durée totale de l'épreuve : 40 minutes

Les documents et les calculatrices scientifiques ne sont pas autorisés.

1. On considère la fonction F définie dans $\mathbb{R}^2$ par $F(x, y) = \ln(4x^2 + 4y^2 + 2)$.

(a) Préciser le domaine de définition.

(b) Calculer les dérivées partielles premières de cette fonction.

(c) Déterminer les courbes de niveau pour 0, $\ln 2$ et $\ln 5$.

Tournez, svp

- (d) On rappelle la définition de la dérivée directionnelle : $\frac{\partial F}{\partial \vec{v}}(x, y) = D_{\vec{v}}F(x, y) = \langle \vec{\text{grad}}F(x, y), \vec{v} \rangle$.
Calculer la dérivée directionnelle $\frac{\partial F}{\partial \vec{v}}$ de F au point $(0, y_0)$ suivant le vecteur $\vec{v} = (2, 0)$.

- (e) Donner les points critiques de la fonction.

- (f) S'agit-il de minima? maxima?(Il n'est pas nécessaire de calculer les dérivées partielles secondes pour cette question.)

2. On considère la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ donnée par $f(x, y) = x^2 + xy^2 - x$.

- (a) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}(f)$ de f .

La fonction f est-elle de classe C^1 , de classe C^2 sur $\mathcal{D}(f)$? (Justifier succinctement.)

- (b) Calculer le gradient de f en un point (x, y) .

- (c) Calculer les points critiques de f .

- (d) Déterminer la nature des points critiques (minimum local, maximum local, point selle)

3. Calculer la matrice jacobienne de la fonction $\vec{g}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ donnée par $\vec{g}(x, y, z) = (xyz, 3ze^{x^2})$.