

**Feuille TD n°3 : séries absolument convergentes et séries semi-convergentes**

1-. Déterminer si les séries suivantes sont absolument convergentes. Dans le cas où elles ne sont pas absolument convergents, déterminer si elles sont semi-convergentes.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{(n+1)\ln(n+1)}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(n^2-1)}{n^2+1};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(-100)^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{\sqrt{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

2-. Etudier la nature des séries  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx$  et  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin nx$  où  $(a_n)$  est une suite de nombres réels positifs décroissante et tendant vers 0 et  $x$  un nombre réel.