

Examen Partiel
Documents et calculatrices interdits

Questions de cours :

- 1) Donner la définition d'une action à droite d'un groupe G sur un ensemble X .
- 2) Donner la définition d'un espace affine E dirigé par un espace vectoriel \vec{E} .

Exercice 1

Soit E un plan affine muni d'un repère affine $\mathcal{R} = (O, \mathcal{B})$.

- 1) Donner une équation cartésienne dans le repère \mathcal{R} de la droite D passant par $A = (1, -1)$ et $B = (2, 3)$.
- 2) Donner une équation paramétrique dans le repère \mathcal{R} de la droite Δ passant par $C = (2, -2)$ et $D = (1, 3)$.
- 3) Justifier que l'intersection de D et Δ a un point et un seul. Donner les coordonnées de ce point.

Exercice 2

Soit E un espace affine de dimension 3 muni d'un repère affine $\mathcal{R} = (O, \mathcal{B})$. On considère les trois points $A = (1, 2, 1)$, $B = (0, 1, 0)$ et $C = (1, 3, -1)$.

- 1) Justifier qu'il existe un plan affine F et un seul contenant les points A , B et C .
- 2) Donner une équation cartésienne dans le repère \mathcal{R} du plan affine F .

Exercice 3

Soit E un espace affine de dimension 3 muni d'un repère affine $\mathcal{R} = (O, \mathcal{B})$. Donner une équation cartésienne du plan d'équation paramétrique

$$\begin{aligned}x &= 2 + 3\lambda - \mu \\y &= 1 - 4\lambda + \mu \\z &= -1 + \lambda + \mu\end{aligned}$$

Exercice 4

Soient A, B et C trois points non alignés d'un plan affine E .

- 1) Montrer que $\mathcal{R} = (A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $\mathcal{R}' = (B; \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ sont des repères affines de E .
- 2) Soient (x, y) les coordonnées d'un point P dans le repère \mathcal{R} et (x', y') ses coordonnées dans le repère \mathcal{R}' . Calculer x' et y' en fonction de x et y .
- 3) Donner une description de l'ensemble des points de E dont les coordonnées dans \mathcal{R} et \mathcal{R}' sont les mêmes.

Exercice 5

- 1) Décrire tous les éléments du groupe D_5 des symétries d'un pentagone régulier.
- 2) Combien y-a-t'il de manières de disposer 3 perles rouges et 2 perles bleues sur les sommets d'un pentagone régulier, de sorte que chaque sommet reçoive une perle et une seule ?
- 3) Déterminer le nombre de colliers différents qui peuvent être faits avec 3 perles rouges et 2 perles bleues.
 - a) par inspection ;
 - b) en utilisant la formule de Burnside.