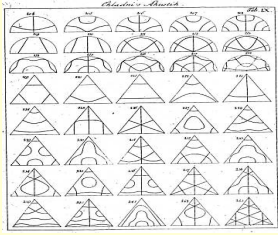


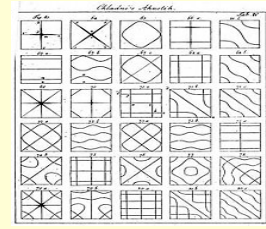
# Les figures acoustiques de Chladni.



Figures acoustiques de Chladni



Ernst Chladni ( 1756-1827)



Figures acoustiques de Chladni 1787

Comme les cordes vibrantes, les plaques peuvent vibrer à différentes fréquences et durant le mouvement certains points restent au repos, ce sont les nœuds de déplacement. Ce phénomène a été découvert par le physicien E. Chladni. Pour cela il fait vibrer à l'aide d'un archet une plaque fixée en son centre. Les nœuds de vibration qui se regroupent en lignes nodales étaient matérialisés au moyen de sable fin.



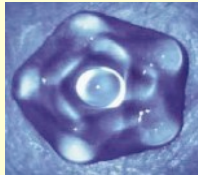
**Une petite anecdote :** E. Chladni se déplaçait à travers toute l'Europe et effectuait des démonstrations. Lors de l'une d'elles il présenta ces figures à Napoléon qui fut très intéressé et remarqua qu'il serait sans doute bien plus difficile de prévoir la forme des figures pour une plaque quelconque que pour une plaque présentant une certaine symétrie. Napoléon demanda à l'académie des sciences d'organiser un concours visant à récompenser le mathématicien qui proposerait une théorie permettant d'expliquer les figures observées. C'est Sophie Germain qui remporta le prix 1816. Elle réussit à établir l'équation aux dérivées partielles décrivant la vibration des plaques. (Son choix pour les conditions aux limites s'avéra inexact et c'est G. Kirchoff qui donna une théorie plus correcte en 1850).

Sophie Germain ( 1776-1831)

## Équations mathématiques.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = a^4 \rho \omega^2 w$$

L'étude théorique de la vibration des plaques est particulièrement difficile. Le déplacement transverse  $z(x,y,t)$  du point  $M(x,y)$  de la plaque est solution de l'équation aux dérivées partielles suivante :  
Il faut encore ajouter à l'équation générale précédente, des équations particulières qui traduisent les conditions aux limites imposées à la plaque (son bord pouvant être fixé ou libre).

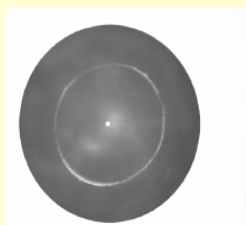


Vibration d'une goutte d'eau

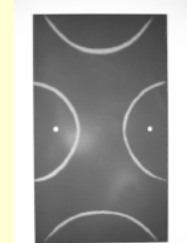


Banc de 3 plaques après expérience.

Les modes de vibration sont des mouvements particuliers de la plaque lors desquels le déplacement varie sinusoidalement à la fréquence  $f$  ( ce sont des solutions des équations mathématiques précédentes). Ces modes de vibration dépendent de deux nombres entiers  $m$  et  $n$ , ainsi que les fréquences correspondantes  $f(m,n)$ . Par exemple pour une plaque circulaire,  $m$  est le nombre de cercle nodaux et  $n$  le nombre de diamètres nodaux; pour une plaque rectangulaire,  $m$  et  $n$  sont les nombres de lignes nodales parallèles à chacun des côtés de la plaque. On peut rapprocher des modes de vibration d'objets plus complexes (violons, guitares) avec des modes associés à des plaques géométriquement plus simples.



Cercle mode (1,0)



rectangle mode (2,2)

Une anomalie dans une figure sera révélatrice d'un défaut dans la plaque qui certainement nuira au bon fonctionnement de l'instrument.