

Chapitre 5

Liste des sujets d'oral

Pour la prochaine session, quelques sujets verront leur libellé légèrement modifié. Il s'agit notamment des sujets : 205, 235, 244, 254, 260 et 426.

Deux nouveaux sujets d'exposé sont proposés :

171 : Groupe linéaire $GL(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E . Sous-groupes. Applications.

172 : Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.

Leçons d'algèbre et géométrie

- 101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.
- 102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.
- 103 Anneau $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$. Applications.
- 104 Nombres premiers. Propriétés et applications.
- 106 PGCD dans \mathbf{Z} et $\mathbf{K}[X]$ où \mathbf{K} est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.
- 107 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.
- 109 Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.
- 110 Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.
- 112 Changements de bases en algèbre linéaire et en algèbre bilinéaire. Applications.
- 113 Déterminants. Applications.
- 114 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Aspects algorithmiques.
- 117 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.
- 119 Utilisation des nombres complexes en géométrie.
- 120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.
- 121 Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications géométriques.
- 123 Isométries du plan affine euclidien, décomposition canonique. Applications.
- 125 Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, décomposition canonique. Applications.
- 128 Barycentres. Applications.

- 131 Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.
- 137 Droites et cercles dans le plan affine euclidien.
- 142 Utilisation de groupes en géométrie.
- 143 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.
- 144 Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications.
- 146 Coniques.
- 150 Diverses factorisations de matrices. Applications.
- 151 Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. (On supposera connues les notions de valeurs propres, vecteurs propres et sous-espace propres).
- 155 Systèmes d'équations linéaires. Applications.
- 156 Valeurs propres. Recherche et utilisation.
- 158 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 159 Algorithme d'Euclide dans \mathbf{Z} et $\mathbf{K}[X]$ où \mathbf{K} est un corps commutatif. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.
- 163 Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.
- 165 Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.
- 166 Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
- 167 Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.
- 168 Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines.
- 169 Structures quotients dans divers domaines de l'algèbre. Applications.
- 170 Méthodes de chiffrement ou de codage. Illustrations.
- 171 Groupe linéaire $GL(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E . Sous-groupes. Applications.
- 172 Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.

Leçons d'analyse et probabilités

- 201 Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence.
- 202 Séries à termes réels positifs.
- 203 Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence. (Les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs sont supposés connus).
- 204 Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.
- 205 Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie d'un espace préhilbertien. Application à l'approximation des fonctions.
- 206 Parties compactes de \mathbf{R}^n . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.
- 207 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
- 208 Théorèmes de points fixes.
- 209 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.
- 210 Séries entières d'une variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
- 212 Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.
- 213 Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques et hyperboliques, nombre π .
- 215 Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.
- 216 Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.

- 217 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
- 218 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
- 219 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.
- 220 Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.
- 221 Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de \mathbf{R} (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.
- 223 Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.
- 224 Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, où a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs réelles ou complexes.
- 225 Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.
- 227 Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Exemples.
- 228 Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles.
- 229 Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variables aléatoires de loi binomiale et approximations de la loi binomiale.
- 230 Probabilité conditionnelle et indépendance. Variables aléatoires indépendantes. Covariance. Exemples.
- 231 Espérance, variance ; loi faible des grands nombres. Applications.
- 232 Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.
- 235 Exponentielles de matrices : définition, propriétés, applications.
- 237 Construction de l'intégrale et lien avec les primitives.
- 241 Diverses notions de convergence en analyse et en probabilités. Exemples et applications. (Les définitions des notions de convergence sont supposées connues).
- 244 Inégalités en analyse et en probabilités. Par exemple : Cauchy-Schwarz, Markov, Jensen...
- 249 Loi normale en probabilités et statistiques.
- 251 Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique ou d'une équation différentielle.
- 254 Méthodes d'approximation du nombre π . Aspects algorithmiques.
- 256 Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.
- 257 Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels, ...
- 258 Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.
- 260 Variables aléatoires discrètes, couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples.
- 262 Étude métrique des courbes planes.
- 263 Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie.
- 264 Fonctions développables en série entière. Exemples et applications. (Les résultats relatifs aux séries entières sont supposés connus).
- 265 Inversion locale, difféomorphismes. Applications.
- 266 Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.
- 267 La fonction Gamma.

Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

- 301 Exercices sur les groupes.
- 302 Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans \mathbf{Z} .
- 304 Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.

- 305** Exercices illustrant l'utilisation des nombres premiers.
- 306** Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM.
- 307** Exercices faisant intervenir des dénombrements.
- 309** Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles. On pourra se limiter aux corps de base \mathbf{R} ou \mathbf{C} .
- 310** Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.
- 311** Exercices illustrant l'utilisation de la notion de rang.
- 312** Exercices illustrant l'utilisation des matrices inversibles.
- 313** Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires.
- 314** Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.
- 315** Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.
- 317** Exercices sur les endomorphismes diagonalisables ou trigonalisables.
- 319** Exercices faisant intervenir des décompositions de matrices.
- 321** Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.
- 322** Exercices sur les formes quadratiques.
- 323** Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.
- 325** Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.
- 326** Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.
- 328** Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.
- 330** Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimensions 2 et 3.
- 334** Exercices sur les coniques.
- 339** Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.
- 340** Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.
- 345** Exercices sur les polygones.
- 346** Exemples de problèmes modélisés par des graphes.
- 348** Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.
- 350** Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice.
Aspects algorithmiques.
- 351** Exercices faisant intervenir des polynômes irréductibles.
- 353** Exercices utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent.
- 354** Exercices sur les cercles et les sphères.
- 355** Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.
- 356** Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.
- 357** Exercices utilisant le corps $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$.

Exemples et exercices d'analyse et probabilités

- 402** Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.
- 403** Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.
- 404** Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.
- 405** Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.
- 407** Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

- 408 Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.
- 409 Exemples d'utilisation de polynômes en analyse.
- 410 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.
- 411 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.
- 412 Exemples de développement d'une fonction en série entière. Applications.
- 413 Exemples d'applications des séries entières.
- 414 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.
- 415 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
- 417 Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.
- 418 Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.
- 421 Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Aspects algorithmiques.
- 422 Exemples d'étude d'intégrales impropres.
- 423 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.
- 426 Exemples d'utilisation d'intégrales simples et multiples pour des calculs de longueurs, d'aires, de volumes, ...
- 427 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.
- 428 Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.
- 429 Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 430 Exemples d'étude et de résolution d'équations différentielles issues de domaines variés (sciences expérimentales ou autres sciences).
- 431 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.
- 432 Exemples d'approximations d'un nombre réel. Aspects algorithmiques.
- 434 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
- 435 Exemples de modélisations de situations réelles en probabilités.
- 436 Exemples d'applications de l'intégration par parties.
- 437 Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.
- 438 Exemples de problèmes de dénombrement. Utilisation en probabilités.
- 439 Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.
- 440 Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).
- 443 Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(X) = 0$, X désignant une variable réelle ou vectorielle.
- 444 Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Aspects algorithmiques.
- 447 Exemples d'équations fonctionnelles.
- 448 Exemples d'estimation en statistiques : estimation ponctuelle, estimation par intervalles de confiance.
- 449 Exemples d'équations différentielles non linéaires.
- 451 Exemples d'applications des transformées de Fourier et de Laplace.
- 452 Exemples d'applications du théorème des fonctions implicites.
- 453 Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistiques.

454 Exemples d'applications de la notion de compacité.

455 Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels.